

1. 어떤 식을 $(-xy^2z^4)^5$ 으로 나누었더니 몫이 $(4x^4y^5z^3)^2$ 이 되었다. 처음 식을 구하면?

- ① $-16x^{13}y^{20}z^{26}$ ② $-8x^7y^{15}z^{21}$ ③ $-\frac{z^{14}}{16x^3}$
④ $-\frac{x^3y^{14}}{16}$ ⑤ $8x^{16}y^{10}z^8$

해설

어떤 식 $\square$ 를 a 로 나누었더니 몫이 b 가 되었을 때, $\square = ab$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore & (-xy^2z^4)^5 \times (4x^4y^5z^3)^2 \\ &= -x^5y^{10}z^{20} \times 16x^8y^{10}z^6 \\ &= -16x^{13}y^{20}z^{26} \end{aligned}$$

2. $x(x-1)(x+2)(x-3) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} &x(x-1)(x+2)(x-3) \\ &= \{x(x-1)\}\{(x+2)(x-3)\} \\ &= (x^2-x)(x^2-x-6) \\ &x^2-x = t \text{로 치환하면 } t(t-6) = t^2-6t \\ &t = x^2-x \text{를 대입하여 정리하면 } x^4-2x^3-5x^2+6x \\ &\text{따라서 } a+b+c = -2-5+6 = -1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

3. $\frac{3}{2}x(2x-4y)-5x(x-y)$ 를 간단히 하면?

㉠ $-2x^2-xy$

㉡ $-2x^2-11xy$

㉢ $8x^2+11xy$

㉣ $8x^2-xy$

㉤ x^2+xy

해설

$$\begin{aligned}& \frac{3}{2}x(2x-4y)-5x(x-y) \\&= 3x^2-6xy-5x^2+5xy \\&= -2x^2-xy\end{aligned}$$

4. $x = 1, y = -2$ 일 때, $\frac{x^2 - 2xy}{x} + \frac{2xy - 4y^2}{y}$ 을 $ax + by$ 의 꼴로 간단히 한 다음 이 식의 값 c 를 구하였다. a, b, c 의 값을 순서대로 쓴 것은?

- ① 1, -7, -5 ② 1, -9, -17 ③ 2, 3, 5
④ 3, -7, 8 ⑤ 3, -6, 15

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^2 - 2xy}{x} + \frac{2xy - 4y^2}{y} &= x - 2y + 2x - 4y \\ &= 3x - 6y \\ &= 3 + 12 = 15\end{aligned}$$

$$\therefore a = 3, b = -6$$

$$\therefore c = ax + by = 3 + 12 = 15$$

5. $A = 2x - y$, $B = -x + 2y$ 일 때, $2A - 3B$ 를 계산한 식은?

① $x + 4y$

② $x - 8y$

③ $7x + 4y$

④ $7x - 8y$

⑤ $7x + 2y$

해설

$$\begin{aligned} 2A - 3B &= 2(2x - y) - 3(-x + 2y) \\ &= 7x - 8y \end{aligned}$$

6. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은? (단, a, n 은 자연수)

① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$$\frac{3 \times 5^2}{4 \times 5^2} = \frac{75}{10^2}, a+n = 75+2 = 77$$

7. 부등식 $\frac{1}{9} \leq 0.\dot{x} < \frac{3}{5}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{1}{9} \leq \frac{x}{9} < \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{45} \leq \frac{5x}{45} < \frac{27}{45}$$

따라서 $5 \leq 5x < 27$

$1 \leq x < \frac{27}{5}$ 이므로 이 부등식을 만족하는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

$$\therefore a - b = 5 - 1 = 4$$

8. 순환소수 $3.\dot{4}\dot{5}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 33 ② 34 ③ 90 ④ 99 ⑤ 121

해설

$3.\dot{4}\dot{5} = \frac{345 - 3}{99} = \frac{38}{11}$ 이므로 A 는 11의 배수이어야 한다.
따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 34, 90이다.

9. 다음 중 $a^5 \div a^2 \div a$ 과 계산 결과가 같은 것은?

- ① $a^5 \div (a^2 \div a)$ ② $a^5 \div (a^2 \times a)$ ③ $a^5 \times (a^2 \div a)$
④ $a^5 \div a^2 \times a$ ⑤ $a^5 \times a^2 \div a$

해설

$a^5 \div a^2 \div a = a^{5-2-1} = a^2$ 이므로 $a^5 \div (a^2 \times a)$ 이다.

10. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} 3^{x+2} &= 3^6, \quad x = 4, \\ 2^{2+6-3} &= 2^y, \quad y = 5 \\ \therefore x + y &= 9 \end{aligned}$$

11. $2 \times 2^{\square} \times 2^3 = 64$ 일 때, $\square$ 안의 수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$2^{\square} \times 2^4 = 64 = 2^6$$

$$\square + 4 = 6 \quad \therefore \square = 2$$

12. 정육면체의 부피가 $27a^6b^9$ 일 때, 한 모서리의 길이는?

- ① $3a^2b^3$ ② $9a^2b$ ③ $3a^3b^6$ ④ $6a^3b^3$ ⑤ $9a^3b^3$

해설

(정육면체의 부피) = (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) 이므로
 $27a^6b^9 = (3a^2b^3)^3$

13. $-3x^2y \div (2xy^a)^2 \times \left(\frac{xy}{3}\right)^b = -\frac{x^2}{12y}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= -3x^2y \div 4x^2y^{2a} \times \frac{x^by^b}{3^b} \\ &= -3^{1-b} \cdot 4^{-1}x^{2-2+b} \cdot y^{1-2a+b} \\ &= -\frac{x^2}{12y} \\ &= -4^{-1} \cdot 3^{-1}x^2y^{-1}\end{aligned}$$

$\therefore 1 - b = -1$
 $b = 2$
 $1 - 2a + b = 1 - 2a + 2 = -1$
 $a = 2$
 $\therefore a + b = 4$

14. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$311 \times 311 - 310 \times 312 - 2$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} a &= 311 \text{ 이라 하면,} \\ 311 \times 311 - 310 \times 312 - 2 \\ &= a \times a - (a - 1) \times (a + 1) - 2 \\ &= a^2 - (a^2 - 1) - 2 \\ &= a^2 - a^2 + 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

15. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

16. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

- ① 9
- ② 16
- ③ 24
- ④ 28
- ⑤ 31

해설

$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{24301}{99900}$ 이므로 $ab = 24$ 이다.

따라서 $24301 = abcde - 24$

$abcde = 24301 + 24$

$\therefore abcde = 24325$

$\therefore a + b + c + d + e = 16$

17. $(25)^3 \div (-5)^n = -5^3$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$5^6 \div (-5)^n = -5^3$$

$$6 - n = 3$$

$$\therefore n = 3$$

18. $(3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1)$ 을 전개하면?

① $3a^2 - 2b^2 - 1$

② $9a^2 - 4b^2 - 1$

③ $9a^2 + 2b - 2b^2 - 1$

④ $9a^2 + 2b - 4b^2 - 1$

⑤ $9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1) \\ &= \{3a - (2b - 1)\} \{3a + (2b - 1)\} \\ &= (3a)^2 - (2b - 1)^2 \\ &= 9a^2 - (4b^2 - 4b + 1) \\ &= 9a^2 - 4b^2 + 4b - 1 \end{aligned}$$

19. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a - 3ab + 5b}{a + b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 3ab = 4(a+b)$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5(a+b) - 3ab}{a+b} \\&= \frac{5(a+b) - 4(a+b)}{a+b} \\&= \frac{a+b}{a+b} \\&= 1\end{aligned}$$

20. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 0

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} z + \frac{1}{2x} &= \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)} \\ &= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)} \\ &= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

21. 분모가 12 이고 두 분수 $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{5}{6}$ 사이에 있는 분수 중 유한소수를 모두 구하여라. (단, 분자는 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{6}{12}$

▷ 정답 : $\frac{9}{12}$

해설

$\frac{3}{12} < \frac{\square}{12} < \frac{10}{12}$ 이므로 3 과 10 사이의 자연수 중 3 의 배수인 6, 9 이다.

따라서 유한소수가 되는 분수는 $\frac{6}{12}, \frac{9}{12}$ 이다.

22. 100 보다 작은 자연수 x 에 대하여, $\frac{x}{132}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{a-x}$ 이 되고, 이 분수는 유한소수이다. 이 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 103

해설

$\frac{x}{132} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 11}$ 를 유한소수로 나타내기 위해서는 분모의 소인수인 3 과 11 이 약분되어야 하므로 x 는 33 의 배수이다.

$$x = 33 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{4}$$

$$x = 66 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{2 \times 3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{2}$$

$$x = 99 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3^2 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{3}{4}$$

기약분수로 나타냈을 때 $\frac{3}{a-x}$ 이므로

$$x = 99 \text{ 이고 } a - x = a - 99 = 4 \text{ 에서}$$

$a = 103$ 이다.

23. 3의 배수가 아닌 자연수 x 에 대하여 $f(x)$ 를 $\frac{x}{3}$ 를 소수로 나타낼 때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자. 이때 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(4)}{f(5)} + \frac{f(7)}{f(8)} + \cdots + \frac{f(19)}{f(20)} + \frac{f(22)}{f(23)} + \cdots + \frac{f(88)}{f(89)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{3} = 0.33333... = 0.\dot{3}$, $f(1) = 3$
 $\frac{2}{3} = 0.666666... = 0.\dot{6}$, $f(2) = 6$
 $\frac{4}{3} = 1.33333... = 1.\dot{3}$, $f(4) = 3$
 $\frac{5}{3} = 1.66666... = 1.\dot{6}$, $f(5) = 6$ 이므로
 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(4)}{f(5)} + \frac{f(7)}{f(8)} + \cdots + \frac{f(19)}{f(20)} + \frac{f(22)}{f(23)} + \cdots + \frac{f(88)}{f(89)}$ 은
분모가 6이고 분자가 3인 수들의 합이다.
 $89 = 3 \times 30 - 1$ 이므로
구하는 값은 $\frac{1}{2} \times 30 = 15$

24. $x^3 + y^3 + z^3 = 3$, $x + y + z = 3$, $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 일 때, xyz 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \\&= 3^2 - 2(xy + yz + zx) = 2\end{aligned}$$

$$\therefore xy + yz + zx = \frac{7}{2}$$

$$\begin{aligned}x^3 + y^3 + z^3 &= (x + y + z) \{x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)\} + 3xyz \\&= 3 \left(2 - \frac{7}{2} \right) + 3xyz\end{aligned}$$

$$3 = 3 \left(2 - \frac{7}{2} \right) + 3xyz$$

$$3xyz = 3 + \frac{9}{2}$$

$$\therefore xyz = \frac{5}{2}$$

25. $x^4 + x^3 - 2x^2 + 1 = x$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : 0

해설

$$x^4 + x^3 + x^2 - x - 2 = 0$$

에서 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + x - 2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0,$$
$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x - \frac{1}{x}\right) = 0,$$

$x - \frac{1}{x} = t$ 로 놓으면

$$t^2 + t = 0, t(t + 1) = 0,$$

$\therefore x - \frac{1}{x} = -1$ 또는 0