

1. $3^{x-1} = X$ 일 때, 27^x 을 X 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $3X^3$ ② $9X^3$ ③ $27X^3$ ④ $\frac{1}{9}X^3$ ⑤ $\frac{1}{27}X^3$

해설

$$\begin{aligned} 3^{x-1} = X &\text{이므로 } 3^x \div 3 = X && \therefore 3^x = 3X \\ 27^x = (3^3)^x = (3^x)^3 = (3X)^3 = 3^3 X^3 = 27X^3 \end{aligned}$$

2. $(-2a^2)^2 \times (-3a^5) \times \frac{3}{4}a^3$ 을 간단히 하면?

① $-9a^{14}$

② $-9a^{12}$

③ $-\frac{9}{2}a^9$

④ $\frac{9}{2}a^9$

⑤ $9a^{12}$

해설

$$\begin{aligned} & (-2a^2)^2 \times (-3a^5) \times \frac{3}{4}a^3 \\ & = 4a^4 \times (-3a^5) \times \frac{3}{4}a^3 = -9a^{12} \end{aligned}$$

3. 다음 식을 계산한 결과가 3 이 되는 것은?

- ① $10a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right)$ ② $\left(\frac{1}{3}a^2\right)^2 \div 9a^3$
③ $\frac{1}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{5}a\right)^2$ ④ $6a^2b \div \left(\frac{1}{2}ab^2\right)$
⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right)$

해설

$$\textcircled{5} \left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right) = \left(-\frac{12}{7}a^2\right) \times \left(-\frac{7}{4a^2}\right) = 3$$

4. 밑면의 모양이 직사각형이고, 그 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $2a$, $3b$ 인 사각기둥이 있다. 이 사각기둥의 부피가 $36a^2b^2$ 일 때, 이 사각기둥의 높이는?

- ① $6a$ ② $6b$ ③ $6ab$ ④ $10ab$ ⑤ $10b$

해설

사각기둥의 높이를 h 라 할 때

$$2a \times 3b \times h = 36a^2b^2$$

$$6abh = 36a^2b^2$$

$$\therefore h = 6ab$$

5. $a = -2$ 이고, $x = 2a - 1$ 이다. 이 때, 식 $3x - 4$ 의 값을 계산하는 과정으로 옳은 것을 모두 고르면?

① $3 \times (-5) - 4$ ② $6 \times (-5) - 4$ ③ $3 \times (-2) - 4$

④ $6 \times (-2) - 7$ ⑤ $2 \times (-2) - 1$

해설

$$x = 2 \times (-2) - 1 = -5$$

주어진 식에 대입하면 $3 \times (-5) - 4$

6. 식 $(5x^2 - 3x + 4) + (2x^2 + x - 1)$ 을 간단히 하면?

① $2x^2 - 5x + 6$ ② $5x^2 - 2x + 5$ ③ $5x^2 - 4x + 2$

④ $7x^2 - 2x + 3$ ⑤ $7x^2 - 3x + 6$

해설

$$\begin{aligned} & (5x^2 - 3x + 4) + (2x^2 + x - 1) \\ &= 5x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x - 1 \\ &= 7x^2 - 2x + 3 \end{aligned}$$

7. 식 $(a^2 - 2a + 4) - (-3a^2 - 5a + 1)$ 을 간단히 하였을 때, a 의 계수와 상수항의 곱은?

- ① 21 ② 15 ③ 9 ④ -15 ⑤ -21

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - 2a + 4 + 3a^2 + 5a - 1 \\ & = 4a^2 + 3a + 3 \\ & a \text{의 계수는 } 3, \text{ 상수항은 } 3 \\ & \therefore 3 \times 3 = 9 \end{aligned}$$

8. $7x - \frac{9}{4} \left[5x - \frac{2}{3} \left\{ 2y - \frac{1}{3}(x - 3y) \right\} \right]$ 를 간단히 했을 때, x 의 계수와 y 의 계수의 합은?

- ① $-\frac{11}{12}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & 7x - \frac{9}{4} \left[5x - \frac{2}{3} \left\{ 2y - \frac{1}{3}(x - 3y) \right\} \right] \\ &= 7x - \frac{9}{4} \left\{ 5x - \frac{2}{3} \left(2y - \frac{1}{3}x + y \right) \right\} \\ &= 7x - \frac{9}{4} \left(5x - \frac{4}{3}y + \frac{2}{9}x - \frac{2}{3}y \right) \\ &= 7x - \frac{45}{4}x + 3y - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y \\ &= -\frac{19}{4}x + \frac{9}{2}y \\ \therefore -\frac{19}{4} + \frac{9}{2} &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

9. $(x + \frac{3}{5}y)(2x - \frac{1}{3}y + 2)$ 를 전개하여 간단히 했을 때, xy 의 계수는?

- ① $-\frac{1}{15}$ ② $-\frac{3}{15}$ ③ $\frac{3}{15}$ ④ $\frac{13}{15}$ ⑤ $\frac{22}{15}$

해설

전개했을 때 xy 항이 나오는 경우를 찾아 계산하면

$$x \times (-\frac{1}{3}y) + \frac{3}{5}y \times 2x = -\frac{1}{3}xy + \frac{6}{5}xy = \frac{13}{15}xy$$

따라서 xy 의 계수는 $\frac{13}{15}$ 이다.

10. $\left(\frac{3}{2}x - \frac{y}{4}\right)^2$ 을 전개하면 $ax^2 + bxy + \frac{y^2}{16}$ 이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $2(a+b)$ 의 값은?

- ① -2 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 13

해설

$$\left(\frac{3}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{3}{2}x \times \frac{y}{4} + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = \frac{9}{4}x^2 - \frac{3}{4}y + \frac{y^2}{16} \text{ 이므로}$$

$$2(a+b) = 2\left(\frac{9}{4} - \frac{3}{4}\right) = 3$$

11. $(x-a)(2x+3) = 2x^2 - \frac{b^2}{2}$ 일 때, $2a-b$ 의 값은? (단, $b > 0$)

- ① -12 ② -9 ③ 0 ④ 3 ⑤ 9

해설

$$2\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) = 2x^2 - 2\left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ = 2x^2 - \frac{9}{2}$$

따라서 $a = \frac{3}{2}$ 이고 $b^2 = 9$ 이므로 $b = 3$ ($\because b > 0$)

$$\therefore 2a - b = 3 - 3 = 0$$

12. $(x-3)(x^2+9)(x+3)$ 을 전개하면?

① $x^2 - 9$

② $x^2 - 81$

③ $x^4 - 3$

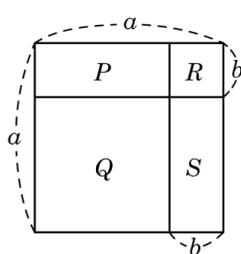
④ $x^4 - 9$

⑤ $x^4 - 81$

해설

$$(x-3)(x+3)(x^2+9) = (x^2-9)(x^2+9) = x^4 - 81$$

13. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형을 네 부분으로 나누는 넓이를 각각 P, Q, R, S 라 할 때, $Q+R$ 을 a, b 로 나타낸 것은?



- ① $a^2 - 2ab + 2b^2$ ② $a^2 - 2ab + b^2$ ③ $a^2 - ab + b^2$
 ④ $a^2 - 2ab$ ⑤ $a^2 + 2ab$

해설

$$(Q \text{의 넓이}) = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(R \text{의 넓이}) = b^2$$

따라서, $Q+R$ 의 넓이는 $a^2 - 2ab + 2b^2$ 이다.

14. 다음 비례식을 y 에 관하여 풀어라.

$$(3x - 5y) : 7 = (x - y) : 2$$

▶ 답:

▷ 정답: $y = -\frac{1}{3}x$

해설

$$7(x - y) = 2(3x - 5y)$$

$$7x - 7y = 6x - 10y, 3y = -x$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x$$

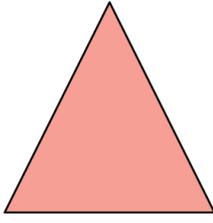
15. $4x - y = 3$ 일 때, 식 $4x^2 + 2xy - 1$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면 $ax^2 + bx + c$ 라 한다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

$4x - y = 3$ 을 y 로 정리하면 $y = 4x - 3$
이 식을 $4x^2 + 2xy - 1$ 에 대입하면
 $4x^2 + 2x(4x - 3) - 1 = 4x^2 + 8x^2 - 6x - 1$
 $= 12x^2 - 6x - 1$
 $\therefore a = 12, b = -6, c = -1$
 $\therefore a + b + c = 5$

16. 다음과 같이 밑면이 삼각형 모양인 선물 상자가 있다. 선물 상자의 밑면의 넓이는 2^5cm^2 이라고 한다. 이 밑면의 가로가 2^3cm 이라 할 때, 높이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 8 cm

해설

(삼각형의 넓이) = $\frac{1}{2} \times (\text{가로의 길이}) \times (\text{높이})$ 에 의해서

$$\frac{1}{2} \times 2^3 \times x = 2^5,$$

$$2^{3-1} \times x = 2^5,$$

$$2^2 \times x = 2^5, x = 2^{5-2} = 2^3$$

높이는 8 이다.

18. $12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 1 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) &= -4x^2 \\ -4x^{a-2+1}y^{b-2} &= -4x^2 \\ a-2+1=2 &\quad \therefore a=3 \\ b-2=0 &\quad \therefore b=2 \\ \therefore a+b &= 3+2=5 \end{aligned}$$

19. 밑면의 반지름의 길이가 a cm, 높이가 b cm인 원뿔 V_1 과 밑면의 반지름의 길이가 b cm, 높이가 a cm인 원뿔 V_2 가 있다. V_1 의 부피는 V_2 의 부피의 몇 배인가?

- ① a 배 ② b 배 ③ ab 배 ④ $\frac{a^2}{b}$ 배 ⑤ $\frac{a}{b}$ 배

해설

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi a^2 b, V_2 = \frac{1}{3}\pi b^2 a \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{\frac{1}{3}\pi a^2 b}{\frac{1}{3}\pi b^2 a} \\ &= \frac{1}{3}\pi a^2 b \times \frac{3}{\pi b^2 a} \\ &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$

따라서 V_1 의 부피는 V_2 의 부피의 $\frac{a}{b}$ 배이다.

20. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 로 정의

한다.

이때, $\begin{vmatrix} x+2y-3 & -\frac{3}{2} \\ y-x+1 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$ 은?

- ① $x - \frac{5}{2}y - 3$ ② $x - \frac{3}{2}y - 2$ ③ $x + \frac{3}{2}y - 1$
④ $-x + \frac{5}{2}y$ ⑤ $-x + \frac{7}{2}y$

해설

$$\begin{aligned} & (x+2y-3) \times \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \times (y-x+1) \\ &= \left(\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}y + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2} + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \\ &= -x + \frac{5}{2}y \end{aligned}$$

21. $(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x-2y+4z)(2x+2y-4z) \\ &= \{3x-(2y-4z)\}\{2x+(2y-4z)\} \\ & 2y-4z = A \text{로 치환하면} \\ & (3x-A)(2x+A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \\ & A = 2y-4z \text{를 대입하면} \\ & 6x^2 + (2y-4z)x - (2y-4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \\ & \therefore xy, yz, zx \text{ 각각의 계수의 합 : } 2 + 16 + (-4) = 14 \end{aligned}$$

22. 두 식 x, y 에 대하여 $*$, Δ 를 $x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때, $\frac{(x * y) - (x\Delta y)}{(x * y) + (x\Delta y)}$ 의 값은?

① $\frac{6y + x}{6y + x}$

② $\frac{6y - x}{6y - x}$

③ $\frac{6y - x}{6y + x}$

④ $\frac{6y + x}{6y - x}$

⑤ $\frac{3y - x}{3y + x}$

해설

$$x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy = 4y + 2y$$

$$x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy = 3x - 2x = x$$

$$\therefore \frac{(x * y) - (x\Delta y)}{(x * y) + (x\Delta y)} = \frac{6y - x}{6y + x}$$

23. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

- ① $-\frac{13}{3}$ ② $-\frac{12}{5}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $-\frac{16}{3}$ ⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3, \frac{3}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 3y$ 이다.

$$\frac{x^2 - 2y^2}{xy} = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

24. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

- ① 1 ② 0 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{를 } b \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{를 } a \text{에 관한 식으로 풀면}$$

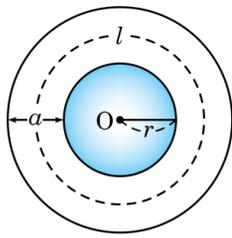
$$\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

25. 반지름의 길이가 r 인 원모양의 연못 둘레에 아래 그림과 같이 너비가 a 인 길이 있다. 이 길의 한 가운데를 지나는 원의 둘레의 길이를 l 이라 할 때, 이 길의 넓이 S 를 a, l 의 식으로 나타내면?



- ① $S = a + l$ ② $S = a - l$ ③ $S = -a + l$
 ④ $S = al$ ⑤ $S = \frac{al}{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 l &= (a + 2r)\pi \\
 S &= (a + r)^2\pi - \pi r^2 \\
 &= (a^2 + 2ar + r^2)\pi - \pi r^2 \\
 &= (a^2 + 2ar)\pi \\
 \therefore S &= a(a + 2r)\pi = al
 \end{aligned}$$

26. $3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$ 를 만족하는 a 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$$

$$3^2 \times (3^2)^2 = 3^3 \times 3^a$$

$$3^2 \times 3^4 = 3^6 = 3^{3+a}$$

$$\therefore a = 3$$

27. $243^5 \div 81^n = 27^3$ 일 때, n 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(3^5)^5 \div 3^{4n} = 3^{25-4n} = 3^9$$

$$25 - 4n = 9$$

$$\therefore n = 4$$

28. $a^{-3} = \frac{1}{2}$ 이고, $\frac{a^{-3}}{a} = pa^q$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{2}$

해설

$$a^{-3} = \frac{1}{2} \text{ 에서 } \frac{1}{a^3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a^{-3}}{a} = \frac{\frac{1}{a^3}}{a} = \frac{1}{a^3} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{2} a^{-1} = pa^q$$

$$\therefore p = \frac{1}{2}, q = -1, p+q = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

29. n 이 자연수일 때, $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{2n-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\text{(준식)} = (-1+1) + (-1+1) + (-1+1) + \dots + (-1+1) - 1 = -1$$

30. 자연수 n 을 7 로 나눈 나머지를 $f(n)$ 이라 정의할 때, $f(8^{12} \times 25^{18})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$8^{12} \times 25^{18} = (2^3)^{12} \times (5^2)^{18} = 2^{36} \times 5^{36} = 10^{36} \text{ 이므로 } f(8^{12} \times 25^{18}) = f(10^{36})$$

10 을 7 로 나눈 나머지는 3 이므로 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 $3^{36} = (3^2)^{18} = 9^{18}$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 9 를 7 로 나눈 나머지는 2 이므로 9^{18} 을 7 로 나눈 나머지는 $2^{18} = (2^3)^6 = 8^6$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 8 을 7 로 나눈 나머지는 1 이므로 8^6 을 7 로 나눈 나머지는 1^6 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

따라서 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 1,

즉 $f(10^{36}) = 1$

31. $(a, b, c, d) = ac - bd$ 로 정의할 때, 다음 식을 간단히 하여라. 이 때, x^2 의 계수를 A , y^2 의 계수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$(x, y, 2x, y-1) + (2x, 2y-x, -x, y) - (3x, y, y, 2+y)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

기호의 정의에 따라

$$\begin{aligned} & (x, y, 2x, y-1) + (2x, 2y-x, -x, y) - (3x, y, y, 2+y) \\ &= 2x^2 - y(y-1) + (-2x^2) - y(2y-x) - \{3xy - y(2+y)\} \\ &= 2x^2 - y^2 + y - 2x^2 - 2y^2 + xy - 3xy + 2y + y^2 \\ &= -2y^2 + 3y - 2 \end{aligned}$$

따라서 x^2 의 계수는 0 이므로 $A = 0$, y^2 의 계수는 -2 이므로 $B = -2$ 이다.

$$\therefore A + B = -2$$

32. $(x^3 + ax^2 - x + 5)(2x^3 - x^2 + x + b)$ 를 전개하였을 때, x^3 의 계수는 4, x 의 계수는 9 가 되는 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

주어진 식에서 x^3 항은

$$bx^3 + ax^3 + x^3 + 10x^3 = (a + b + 11)x^3$$

$$\text{즉, } a + b + 11 = 4 \quad \therefore a + b = -7 \cdots \text{㉠}$$

x 항은 $-bx + 5x = (5 - b)x$

$$\text{즉, } 5 - b = 9 \quad \therefore b = -4 \cdots \text{㉡}$$

㉡를 ㉠에 대입하면 $a = -3$

따라서 $\frac{a}{b} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$ 이다.

33. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + (x^2 - 3x),$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7,$$

$x + \frac{1}{x} = 3$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = 3x, \quad x^2 - 3x = -1,$$

$$\therefore 2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x = 7 + (-1) = 6$$