

1. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px - ap - 2q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x = 2$ 가 근이므로 $4a + 2p - ap - 2q = 0$ 이고 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$(4 - p)a + 2(p - q) = 0$ 에 의하여 $p = 4$, $q = 4$ 이다.

$\therefore p + q = 8$

2. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 의 공통인 해가 1 일 때, $ax^2 + bx - 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{-1 \pm \sqrt{97}}{8}$

해설

각 식에 $x = 1$ 을 대입하면

$$a = -4, b = 1$$

$\therefore 4x^2 + x - 6 = 0$ 에서

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{97}}{8}$$

3. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로
 $p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로
 $q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

5. 이차방정식 $5(2a-3)x^2 - 5(4a^2-9)x - 4(2a+3) = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$5(2a-3)x^2 - 5(4a^2-9)x - 4(2a+3) = 0$ 의 한 근이 1 이므로

$$5(2a-3) \times 1 - 5(4a^2-9) \times 1 - 4(2a+3) = 0,$$

$$10a - 15 - 20a^2 + 45 - 8a - 12 = 0,$$

$$-20a^2 + 2a + 18 = 0, 20a^2 - 2a - 18 = 0, (20a+18)(a-1) = 0$$

,

a 는 정수이므로 $a = 1$,

$$-5x^2 + 25x - 20 = 0, x^2 - 5x + 4 = 0, (x-1)(x-4) = 0,$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 4,$$

따라서 다른 한 근은 4 이다.

6. 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, $a \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 2 이므로

$$(a-1) \times 4 - (a^2+1) \times 2 + 2(a+1) = 0,$$

$$4a - 4 - 2a^2 - 2 + 2a + 2 = 0,$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0, (a-2)(a-1) = 0,$$

$$a \neq 1 \text{ 이므로 } a = 2,$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0, (x-2)(x-3) = 0,$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = 3,$$

따라서 다른 한 근은 3 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $\frac{2p^3}{3p^2 - p - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 이므로

$$p^2 - 2p - 1 = 0$$

$$\therefore p^2 = 2p + 1$$

$$p^3 = 2p^2 + p = 2(2p + 1) + p = 5p + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{2p^3}{3p^2 - p - 1} &= \frac{2(5p + 2)}{3(2p + 1) - p - 1} \\ &= \frac{10p + 4}{5p + 2} \\ &= 2\end{aligned}$$

8. $x > 0$ 일 때, 이차방정식 $\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x} - 14 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{7}$

해설

$$\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x} - 14 = 0 \text{ 에서 } \frac{1}{x} = A \text{ 라 하면}$$

$$4A^2 + A - 14 = 0$$

$$(A + 2)(4A - 7) = 0$$

$$A = \frac{7}{4} \left(\because \frac{1}{x} > 0 \right)$$

$$\therefore x = \frac{4}{7}$$

9. 이차방정식 $(4x-1)^2 = K$ 가 중근을 갖고 그 근을 a 라고 할 때, $a+K$ 의 값을 구하여라. (단, K 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$$K = 0, a = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a + K = \frac{1}{4}$$

10. 이차방정식 $x^2 + 4ax + 6a + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^2 + 4ax + 6a + 4 = 0$$

$$x^2 + 4ax = -6a - 4$$

$$(x + 2a)^2 = -6a - 4 + 4a^2$$

따라서 $-a - 4 + a^2 = 0$ 이므로

$$(4a + 2)(a - 2) = 0$$

$$a = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } a = 2 \text{ 이다.}$$

11. 이차방정식 $2x^2 - 12x + k - 3 = 0$ 가 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2x^2 - 12x = -k + 3$$

$$2(x^2 - 6x) = -k + 3$$

$$2(x - 3)^2 = -k + 3 + 18$$

$$-k + 3 + 18 = 0$$

$$\therefore k = 21$$

12. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2x - 5 + m = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 그때의 해를 구하면?

① $m = 6, x = -1$

② $m = 6, x = 1$

③ $m = 4, x = -1$

④ $m = 4, x = 1$

⑤ $m = -4, x = -1$

해설

$$x^2 + 2x - 5 + m = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1^2 - (-5 + m) = 0$$

$$1 + 5 - m = 0$$

$$\therefore m = 6$$

$m = 6$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 + 2x + 1 = 0, (x + 1)^2 = 0$$

$\therefore x = -1$ 일 때 중근을 갖는다.

13. 이차방정식 $(x + 3)^2 - 6 = 0$ 을 풀면?

① $x = 3 \pm \sqrt{6}$

② $x = 3 \pm \sqrt{2}$

③ $x = -3 \pm \sqrt{6}$

④ $x = -3 \pm \sqrt{2}$

⑤ $x = -2 \pm \sqrt{6}$

해설

$$(x + 3)^2 - 6 = 0, (x + 3)^2 = 6$$

$$x + 3 = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{6}$$

14. 다음 이차방정식의 근을 모두 고르면?

$$(x - 3)^2 = 25$$

① 8

② -8

③ 2

④ -2

⑤ 5

해설

$$x - 3 = \pm \sqrt{25}, x = 3 \pm 5$$

$$\therefore x = 8 \text{ 또는 } x = -2$$

15. 이차방정식 $(3x - 2)^2 = 16$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{2}{3}$

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$(3x - 2)^2 = 16$$

$$3x - 2 = \pm 4$$

$$3x = 2 \pm 4$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

16. 이차방정식 $(5x - 4)^2 = 9$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{5}$ 또는 0.2

▷ 정답 : $x = \frac{7}{5}$ 또는 1.4

해설

$$(5x - 4)^2 = 9$$

$$5x - 4 = \pm 3$$

$$5x = 4 \pm 3, x = \frac{4 \pm 3}{5}$$

$$x = \frac{7}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{5}$$

17. 이차방정식 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀려고 한다. $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고쳐서 이차방정식의 해를 구하면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

② $x = \frac{3 \pm \sqrt{10}}{4}$

③ $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

④ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{2}{3}$$

양변에 $\left(-\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{9}$ 을 더하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{2}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$$

$$x - \frac{4}{3} = \pm \sqrt{\frac{10}{9}}$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$$

18. 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-2 \pm \sqrt{6}$ 일 때, $b + c$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x + 2 = \pm \sqrt{6}$$

양변을 제곱하면 $(x + 2)^2 = 6$

$$x^2 + 4x + 4 = 6, \quad x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$\therefore b = 4, \quad c = -2$$

$$\therefore b + c = 2$$

19. 다음 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$ 의 해가 $x = 7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 70

해설

$$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$$

$$(x - a)^2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$x - a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$$

따라서 $a = 7$, $b = 10$ 이므로 $ab = 70$ 이다.

20. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x - 1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \text{ 이다.}$$

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

21. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

22. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개