

1. 다음 중 x 에 대한 이차다항식은?

① $2x + 2$

② $x^2y + x - y$

③ $2x^3 + x - 2$

④ $x^3 - x$

⑤ $xy^2 + y^2$

해설

①, ⑤는 x 에 대한 일차식

③, ④는 x 에 대한 삼차식

2. 등식 $3x^2 + 5x = a(x-1)^2 + b(x+1) + c$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

우변을 전개하여 계수비교법으로 미정계수를 구한다.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 5x &= a(x-1)^2 + b(x+1) + c \\ &= ax^2 + (-2a+b)x + a+b+c \end{aligned}$$

$$a = 3, -2a + b = 5, a + b + c = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

해설

수치대입법으로 미정계수를 구해도 된다.

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$0 = a + b + c \cdots \textcircled{A}$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$8 = 2b + c \cdots \textcircled{B}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$-2 = 4a + c \cdots \textcircled{C}$$

①, ②, ③을 연립하면

$$a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

3. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$ 가 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어 지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1)Q(x)$$

$$f(1) = -4 + k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

4. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

① $x(a - b)$

② $(a - b)(x - y)$

③ $(a + b)(x - y)$

④ $(a - b)(x + y)$

⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

5. 다음 식을 간단히 하면?

$${}^3\sqrt{-8} + \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{-8}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{2}}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= {}^3\sqrt{(-2)^3} + \sqrt{4} + \sqrt{8i} \cdot \sqrt{2i} \\ &\quad + \frac{\sqrt{16i}}{\sqrt{4i}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2i}} + \frac{\sqrt{3i}}{\sqrt{2}} \\ &= -2 + 2 + \sqrt{8 \cdot 2i^2} + \sqrt{\frac{16}{4}} - \frac{\sqrt{6}}{2}i + \frac{\sqrt{6}}{2}i \\ &= -2 + 2 - 4 + 2 \\ &= -2 \end{aligned}$$

※ 참고

$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 항상 성립하는 a, b 의 부호를 생각해 보자.

$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이므로

$\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \sqrt{(-2)(-3)} = \sqrt{6}$ 이 된다고 계산할 수도 있다.

그러나 조심해야 할 것은 공식에서 주어지는 조건들이다.

즉, $a < 0, b < 0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 가 성립한다.

마찬가지로 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{-5}} = \sqrt{\frac{10}{-5}} = \sqrt{-2} = \sqrt{2}i$ 라고 함부로 계산해

서는 안 된다.

왜냐하면 $a > 0, b < 0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 가

성립하기 때문이다.

6. $x + y + (2x - y)i = 1 + 5i$ 를 만족하는 두 실수 x, y 에 대하여, $x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x + y = 1, 2x - y = 5$$

$$\therefore x = 2, y = -1$$

7. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + a(a-1)x + 3a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 근은? (단, a 는 상수)

① -1 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$1^2 + a(a-1) + 3a = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 1 \cdot (-2)x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -3 \quad \therefore x = -3$$

8. 다음 방정식을 만족하는 x, y 의 값을 차례대로 구하여라.

$$2x - y = 4x + 10 = x + y - 5$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -5$

▷ 정답: $y = 0$

해설

주어진 방정식은 다음의 연립방정식과 같다.

$$\begin{cases} 2x - y = 4x + 10 \\ 2x - y = x + y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y + 10 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 에서 $x = 2y - 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $2(2y - 5) + y + 10 = 0$

$\therefore y = 0$

$y = 0$ 을 $\textcircled{3}$ 에 대입하면 $x = -5$

$\therefore x = -5, y = 0$

9. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③ $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

10. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면
 $ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a = 0, b - 1 = 0$
 $\therefore a = 0, b = 1$
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$
 $\therefore b = 1, a = 0$

11. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

12. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

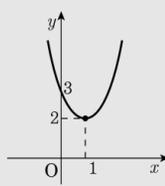
따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

13. 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 x 의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의 함숫값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < y < 3$ ② $-2 < y < 2$ ③ $0 < y < 3$
④ $0 < y < 2$ ⑤ $2 < y < 3$

해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$
따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과 같다.
 $f(0) = 3, f(1) = 2$ 이므로
함숫값의 범위는 $2 < y < 3$



14. $x(x-1)(x+1)-6=0$ 의 세근을 구하면?

① 2, -1, -3 ② -2, 1, -3 ③ 2, 1, -3

④ -2, $-1 \pm \sqrt{2}i$ ⑤ 2, $-1 \pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2+2x+3) = 0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

15. 삼차방정식 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (-3)(1 - \sqrt{2}) + (-3)(1 + \sqrt{2}) = -7$$

$$b = -(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(-3) = -3$$

$$\therefore a + b = -10$$

16. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=3 \\ z+x=4 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y, z 를 구할 때, $x^2+y^2+z^2$

의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{cases} x+y=1 \cdots \text{㉠} \\ y+z=3 \cdots \text{㉡} \\ z+x=4 \cdots \text{㉢} \end{cases}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} + \text{㉢} \Rightarrow 2(x+y+z) = 8$$

$$x+y+z = 4 \cdots \text{㉣}$$

$$\text{㉣} - \text{㉠} \Rightarrow z = 3$$

$$\text{㉣} - \text{㉡} \Rightarrow x = 1$$

$$\text{㉣} - \text{㉢} \Rightarrow y = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 10$$

17. 연립방정식 $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 의 해를

$x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$\begin{cases} y = x + 1 & \dots \text{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5, 2x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$2(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -2$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = 2,$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = -1$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$$

18. 다음 계산을 하시오.

$$1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{2006}}$$

▶ 답:

▷ 정답: $-i$

해설

$i^4 = 1$ 이므로

$$\frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i}$$

$$= \frac{1^5}{i} + \frac{1^6}{i} + \frac{1^7}{i} + \frac{1^8}{i} \cdots$$

$$= \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i}$$

$$= -i - 1 + i + 1 = 0$$

$$\therefore (\text{준식}) = 1 + (0 + 0 + \cdots + 0) + \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i}$$

$$= 1 - i - 1 = -i$$

19. 방정식 $a^2 - (1+x)a + 2x - 2 = 0$ 의 해가 무수히 많을 때, 방정식 $x = (x+3)a - 10$ 의 해는?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$a^2 - a - ax + 2x - 2 = 0, (a-2)x = a^2 - a - 2$$

$$(a-2)x = (a-2)(a+1)$$

i) $a \neq 2$ 일 때, $x = a + 1$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

i), ii)에서 $a = 2$ 일 때이다.

따라서 방정식 $x = (x+3)a - 10$ 에 $a = 2$ 를 대입하면

$$x = (x+3) \cdot 2 - 10, x = 2x - 4 \therefore x = 4$$

20. 복소수의 범위에서 인수분해가 옳게 된 것은?

① $x^4 + x^2 - 2 = (x+1)(x-1)(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i)$

② $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 - x + 1)$

③ $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})$

④ $x^2 + 2x + 3 = (x+1-2i)(x+1+2i)$

⑤ $x^4 - 4 = (x+2)(x-2)(x+2i)(x-2i)$

해설

① $(x^2 + 2)(x^2 - 1) = (x+1)(x-1)(x^2 + 2)$
 $= (x+1)(x-1)(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i) \rightarrow \text{○}$

② $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$

③ $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})$

④ $x^2 + 2x + 3 = (x+1-\sqrt{2}i)(x+1+\sqrt{2}i)$

⑤ $x^4 - 4 = (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}i)(x+\sqrt{2}i)$

21. 다음 식은 평면 위에 있는 어떤 그래프의 방정식이다. 이 그래프가 x 축에 접하도록 실수 a, b 의 값에 대해 $a+b$ 의 값을 구하면?

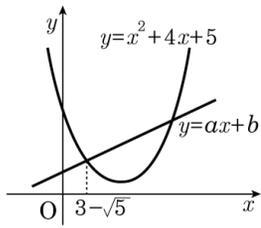
$$y + (x+y)x + (a-1)x - b^2 = 0$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

접점의 x 좌표는 $y=0$ 일 때, 얻어지는 방정식 $x^2 + (a-1)x - b^2 = 0$ 의 중근이다.
 $\therefore D = (a-1)^2 + 4b^2 = 0$
 a, b 는 실수이므로 $a=1, b=0$
 $\therefore a+b=1$

22. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 - 4x + 5$ 와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점 중 한 교점의 x 좌표가 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

연립방정식 $y = x^2 - 4x + 5, y = ax + b$ 에서
 y 를 소거하면 $x^2 - 4x + 5 = ax + b$
 $x^2 - (4 + a)x + 5 - b = 0 \cdots \text{㉠}$
 이 때, 계수가 유리수인 방정식 ㉠의 한 근이
 $3 - \sqrt{5}$ 이므로 $3 + \sqrt{5}$ 도 근이 된다.
 $\therefore (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 4 + a$
 $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 5 - b$
 $\therefore a = 2, b = 1$
 $\therefore a + b = 3$

23. $a = (3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)\cdots(3^{1024}+1)$ 이라고 할 때 곱셈 공식을 이용하여 a 의 값을 지수의 형태로 나타내면 $\frac{1}{k}(3^l+m)$ 이다. 이 때, $k+l+m$ 의 값을 구하면?

- ① 2046 ② 2047 ③ 2048 ④ 2049 ⑤ 2050

해설

$$\begin{aligned}
 a &= (3+1)(3^2+1)\cdots(3^{1024}+1) \\
 \text{양변에 } (3-1) \text{을 곱하면} \\
 (3-1)a &= (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) \\
 &\quad \cdots(3^{1024}+1) \\
 2a &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)\cdots(3^{1024}+1) \\
 &= (3^4-1)(3^4+1)\cdots(3^{1024}+1) \\
 &= (3^8-1)\cdots(3^{1024}+1) \\
 &\quad \vdots \\
 &= (3^{2048}-1) \\
 \text{양변을 2로 나누면} \\
 a &= \frac{1}{2}(3^{2048}-1) \\
 \therefore k &= 2, l = 2048, m = -1 \\
 \therefore k+l+m &= 2049
 \end{aligned}$$

24. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ 2\alpha &= -1 + \sqrt{3}i \\ 2\alpha + 1 &= \sqrt{3}i \\ \text{양변을 제곱하여 정리하면} \\ \alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \\ &= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) + (\alpha^2 + \alpha + 1) + 4 \\ &= 4\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \alpha + 1 = 0 \text{ 을 얻은 후 } \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \text{ 를 } \alpha^2 + \alpha + 1 \text{ 로} \\ \text{나누면} \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \\ &= (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha + 1) + 4 \\ &= 4 (\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0)\end{aligned}$$

25. 이차방정식 $x^2 + kx + 3k - 11 = 0$ 의 두 근의 차가 최소가 되도록 실수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 + kx + 3k - 11 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면
 $\alpha + \beta = -k, \alpha\beta = 3k - 11$
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $= k^2 - 12k + 44 = (k - 6)^2 + 8$
따라서 $k = 6$ 일 때 $(\alpha - \beta)^2$ 는 최소

해설

$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$ 이므로
 $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{k^2 - 12k + 44}}{1}$
 $\therefore k^2 - 12k + 44$ 가 최소이려면 $k = 6$