1. 방정식 $|x-1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

ⅰ) $x \geq 1$ 일 때
$|x-1| = x-1$ 이므로, $x-1 = 2$
$\therefore x = 3$
ⅱ) $x < 1$ 일 때
$|x-1| = -x+1$ 이므로, $-x+1 = 2$
$\therefore x = -1$
따라서 (ⅰ), (ⅱ) 에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

2. x에 대한 이차방정식 $(k^2-1)x^2-2(k-1)x+1=0$이 허근을 가질 때, $k>m$이다. m의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$(k^2-1)x^2-2(k-1)x+1=0$이
허근을 가지려면
$\frac{D}{4}=(k-1)^2-(k^2-1)<0$
$(k^2-2k+1)-(k^2-1)<0$
$-2k+2<0,\ k>1$
$\therefore\ m=1$

3. x에 대한 이차식 $2x^2 + (k+1)x + k - 1$이 완전제곱식이 될 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$이 완전제곱식이므로
$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$
$(k-3)^2 = 0$
$\therefore\ k = 3$

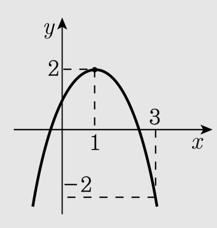
4. x의 범위가 $0 \le x \le 3$ 일 때, 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 1$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = -x^2 + 2x + 1 = -(x-1)^2 + 2$
이므로 오른쪽 그림에서 주어진 이차함수는 $x = 1$ 일 때, 최댓값 2, $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2를 가짐을 알 수 있다.
$\therefore\ M + m = 2 + (-2) = 0$



5. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3+3x^2-x-3=0,\ x^3+2x^2-x-2=0,$$
$$x^3-4x^2+5x-2=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

해설

제 1식에서 $(x-1)(x+1)(x+3)=0$

$\therefore\ \ x=1,\ -1,\ -3$

제 2식에서 $(x-1)(x+1)(x+2)=0$

$\therefore\ \ x=1,\ -1,\ -2$

제 3식에서 $(x-1)^2(x-2)=0$

$\therefore\ 1,\ 2$

$\therefore$공통근 : $x=1$

6. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$를 $x^2 + x + 1$로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a의 값을 구하면?

① -3 ② 3 ③ -6 ④ 6 ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.
$\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$이 되는 x값을 대입한다.
$x^2 + x + 1 = 0$에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0,\ x^3 - 1 = 0$
$\therefore x^3 = 1$
준 식의 좌변에 $x^3 = 1,\ x^2 = -x - 1$을 대입하면
$2x - 1 + 2(-x-1) + a = 0,\ a - 3 = 0$
$\therefore\ a = 3$

7. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a, 상수항을 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$
$= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환}))$
$= (X-2)(X-12)$
$= X^2-14X+24$
$= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$
$= x^4+2x^3-13x^2-14x+24$
$\therefore\ a=1+2-13-14+24=0,\ b=24$
$\therefore\ a+b=0+24=24$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
$x=1$ 대입, $a=0$
㉡ 상수항 구하기
$x=0$ 대입, $b=24$

8. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0　② 2　③ -2　④ 4　⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.
$4\times1\times2+(-3)\times2\times2 = 8+(-12) = -4$

9. $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 26 ⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times 2\times 10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times 10^{10}+12\times 10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times 6+10^5\times 12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

10. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2+x=A$ 로 치환하면

$(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$

$=\{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)+24$

$=(A-2)(A-12)+24$

$=A^2-14A+48=(A-6)(A-8)$

$=(x^2+x-6)(x^2+x-8)$

$=(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$

$\therefore\ a+b+c-d=-2+3+1-(-8)=10$

11. $\dfrac{2002^3-1}{2002\times2003+1}$ 의 값을 구하면?

① 1999 ② 2000 ③ 2001 ④ 2002 ⑤ 2003

해설

$a=2002$로 치환하면

$\dfrac{a^3-1}{a(a+1)+1}=\dfrac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}=a-1$

$\therefore\ 2002-1=2001$

12. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

(준식) $= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2$
$= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$
여기서 계수를 비교하면
$a = 2,\ b = 3,\ c = -2,\ d = 3$
$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$

13. x에 대한 다항식 $(x^2-2x)^2+3(x^2-2x)-4$를 계수가 실수인 범위에서 인수분해 하였을 때, 모든 인수들의 합은?

① x^2-2　　② x^2+2

③ $x^2-4x+2\sqrt{2}-4$　　④ $x^2+4x+2\sqrt{2}$

⑤ $4x-4$

해설

$x^2-2x=t$ 로 치환할 때,
t^2+3t-4
$=(t+4)(t-1)$
$=(x^2-2x+4)(x^2-2x-1)$
$=(x^2-2x+4)(x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})$
$(\because\ x^2-2x+4$ 의 $\frac{D}{4})$
인수의 합은
$(x^2-2x+4)+(x-1-\sqrt{2})+(x-1+\sqrt{2})=x^2+2$

14. $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2$ 와 $y = x$ 의 두 교점이 원점에 관하여 대칭이다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 4 ② 2 ③ -4 ④ -2 ⑤ 3

해설

$y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2$
$y = x$ 의 교점은 $x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2 = x$
$x^2 - (a^2 - 4a + 4)x + a^2 + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라면
두 근이 원점에 대칭이므로 중점은 원점이다.
$\therefore \dfrac{\alpha + \beta}{2} = \dfrac{(a-2)^2}{2} = 0$
$\therefore a = 2$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy - 2 = 0 \\ y^2 - xy - 1 = 0 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha,\ y = \beta$라 할 때, $\alpha^2 - \beta^2$의 값을 구하면?

① -1　② 0　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{5}{3}$　⑤ 1

해설

$\begin{cases} x^2 - xy - 2 = 0 & \cdots ① \\ y^2 - xy - 1 = 0 & \cdots ② \end{cases}$

상수항을 소거하기 위해 ① − ② × 2를 계산하여 정리하면

$x^2 + xy - 2y^2 = 0,\ (x + 2y)(x - y) = 0$

$\therefore\ x = y,\ x = -2y$ 각각을 ① 식에 대입하면

i) $x = y$일 때 $x^2 - x^2 - 2 = 0,\ -2 = 0$ 불능

ii) $x = -2y$일 때 $4y^2 + 2y^2 - 2 = 0$ $\begin{cases} y^2 = \frac{1}{3} \\ x^2 = \frac{4}{3} \end{cases}$

$x = \alpha,\ y = \beta$라 할 때, $\alpha^2 - \beta^2 = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = 1$

16. 다항식 $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때의 나머지가 3이고, x^2-4x+3으로 나눌 때의 나머지가 $3x$일 때, $f(x)$를 x^2-5x+6으로 나눌 때의 나머지는?

① 3 ② $3x+3$ ③ $3x-3$

④ $6x-9$ ⑤ $9x+6$

해설

$f(x)=(x-2)(x-1)Q(x)+3$

$f(x)=(x-3)(x-1)Q'(x)+3x$

$\therefore\ f(2)=3,\ f(3)=9$ $f(x)$를 x^2-5x+6으로 나눌 때의 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x)=(x-2)(x-3)Q''(x)+ax+b$

$f(2)=2a+b=3,\ f(3)=3a+b=9$

$a=6,\ b=-9$

$\therefore$ 나머지는 $6x-9$

17. $f(x)=\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{98}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)+f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{1-i}{1+i}=-i$, $\frac{1+i}{1-i}=i$ 이므로

$f(\frac{1-i}{1+i})+f(\frac{1+i}{1-i})$

$=f(-i)+f(i)$

$=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{98}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{98}$

$=i^{98}+(-i)^{98}$

$=i^2+i^2$

$=-2$

18. 두 실수 a, b에 대하여 복소수 $z = a + bi$와 켤레복소수 $\bar{z} = a - bi$의 곱 $z\bar{z} = 5$일 때, $\dfrac{1}{2}\left(z + \dfrac{5}{z}\right)$를 간단히 하면?

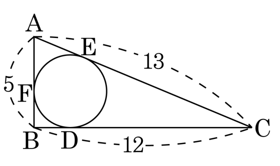
① b ② $2b$ ③ 0 ④ $5a$ ⑤ a

해설

$z\bar{z} = 5, \quad \bar{z} = \dfrac{5}{z}$

$\therefore \dfrac{1}{2}\left(z + \dfrac{5}{z}\right) = \dfrac{1}{2}(z + \bar{z}) = \dfrac{1}{2} \times 2a = a$

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 13$, $\angle B = 90°$인 직각삼각형 ABC에 내접하는 원이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$에 접하는 점을 각각 D, E, F라 하자. $\overline{BF} = \alpha$, $\overline{AE} = \beta$라 할 때, α, β를 두 근으로 하고 x^2이 계수가 1인 이차방정식은?



① $x^2 - 5x + 6 = 0$　　② $x^2 + 5x + 6 = 0$

③ $x^2 - 12x + 20 = 0$　　④ $x^2 + 12x + 20 = 0$

⑤ $x^2 - 13x + 30 = 0$

해설

$\overline{BF} = \overline{BD} = \alpha$, $\overline{AF} = \overline{AE} = 5 - \alpha = \beta$,

$\overline{CD} = \overline{CE} = 12 - \alpha$

그런데 $\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{CE}$이므로

$(5 - \alpha) + (12 - \alpha) = 13$

$2\alpha = 4 \quad \therefore \alpha = 2$

$\overline{AE} = 5 - 2 = 3 \quad \therefore \beta = 3$

두 수 2, 3을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$x^2 - (2 + 3)x + 2 \times 3 = 0$

$\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$

20. $x,\ y$ 가 실수일 때, $2x^2-8x+y^2+2y+6$ 의 최솟값은?

① -5　② -3　③ -1　④ 1　⑤ 3

해설

$2x^2-8x+y^2+2y+6$
$=2\left(x^2-4x\right)+\left(y^2+2y\right)+6$
$=2(x-2)^2+(y+1)^2-3$
$x,\ y$ 는 실수이므로 $(x-2)^2\geq 0$, $(y+1)^2\geq 0$
$\therefore 2x^2-8x+y^2+2y+6\geq -3$
따라서, $x=2,\ y=-1$ 일 때 최솟값은 -3 이다.

21. $yx^2 + yx + y = x^2 - x + 1$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 y 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

주어진 식을 x 에 대하여 정리하면
$(y-1)x^2 + (y+1)x + y - 1 = 0$
(i) $y = 1$ 일 때, $2x = 0$
$\therefore x = 0$
(ii) $y \neq 1$ 일 때, 이 식을 x 에 대한 이차방정식으로 보면 x 가 실수이므로 실근을 갖는다.
$D = (y+1)^2 - 4(y-1)^2 \geq 0$
$3y^2 - 10y + 3 \leq 0$
$(3y-1)(y-3) \leq 0$
$\therefore \frac{1}{3} \leq y \leq 3$
따라서 (i), (ii)에 의하여 y 의 최댓값은 3 , 최솟값은 $\frac{1}{3}$ 이므로 최댓값과 최솟값의 곱은 $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$ 이다.

22. 삼차방정식 $x^3 - 2x^2 - 4x + k = 0$ 의 세 근 α, β, γ 에 대하여 $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha) = \alpha\beta\gamma$를 만족할 때, k의 값을 구하면?

① 7　　② 6　　③ 5　　④ 4　　⑤ 3

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 2,\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -4,\ \alpha\beta\gamma = -k$ 이므로

$\alpha + \beta = 2 - \gamma,\ \beta + \gamma = 2 - \alpha,\ \gamma + \alpha = 2 - \beta$

주어진 식은 $(2 - \alpha)(2 - \beta)(2 - \gamma) = \alpha\beta\gamma$

$\therefore\ 8 - 4(\alpha + \beta + \gamma) + 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma = \alpha\beta\gamma$

$\therefore\ 8 - 8 - 8 + k = -k$

$\therefore\ k = 4$

23. 방정식 $x^3 = 1$의 한 허근을 w라 하고
$z = \dfrac{\omega + 1}{2\omega + 1}$라 할 때, $z\overline{z}$의 값을 구하면?
(단, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수이다)

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{3}{4}$ ④ $\dfrac{4}{5}$ ⑤ $\dfrac{3}{7}$

해설

$x^3 - 1 = 0(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$에서
w, $\overline{w}$는 $x^2 + x + 1 = 0$의
두 근이므로 근과 계수의 관계에서
$w + \overline{w} = -1,\ w\overline{w} = 1$
또한, $z = \dfrac{\omega + 1}{2\omega + 1}$에서 $\overline{z} = \dfrac{\overline{w} + 1}{2\overline{w} + 1}$이므로

$$z\overline{z} = \frac{w+1}{2w+1} \times \frac{\overline{w}+1}{2\overline{w}+1}$$
$$= \frac{w\overline{w} + (w + \overline{w}) + 1}{4w\overline{w} + 2(w + \overline{w}) + 1} = \frac{1 - 1 + 1}{4 - 2 + 1} = \frac{1}{3}$$

해설

$x^3 - 1 = 0$, $(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$

$\therefore\ w^2 + w + 1 = 0$, $w = \dfrac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$라 하자

$$z = \frac{w+1}{2w+1} = \frac{\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}}{\sqrt{3}i}$$
$$= -\frac{\sqrt{3}i - 3}{6} = \frac{3 - \sqrt{3}i}{6}$$
$$z\overline{z} = \frac{3 - \sqrt{3}i}{6} \times \frac{3 + \sqrt{3}i}{6} = \frac{9+3}{36} = \frac{1}{3}$$

24. 연립방정식 $\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=1 \\ x+y+az=1 \end{cases}$ 의 해에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

Ⅰ. 이 방정식은 a의 값에 관계없이 항상 해를 갖는다.
Ⅱ. $a=-2$ 이면 이 방정식은 무수히 많은 해를 갖는다.
Ⅲ. 이 방정식이 무수히 많은 해를 가지는 a는 꼭 한 개 있다.
Ⅳ. 이 방정식이 유일한 해를 가지면, 그 해의 x, y, z 의 값은 모두 같다.

① Ⅱ　② Ⅱ, Ⅲ　③ Ⅲ, Ⅳ
④ Ⅰ, Ⅲ, Ⅳ　⑤ Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ

해설

세 방정식을 더하면 $(a+2)(x+y+z)=3$
ⅰ) $a=-2$ 이면 이 방정식의 해는 없다.
따라서 Ⅰ, Ⅱ 는 옳지 않다.
ⅱ) $a \neq -2$ 이면 $x+y+z=\dfrac{3}{a+2} \cdots\cdots$ ㉠
㉠에서 첫 번째 식을 빼면 $(a-1)x=\dfrac{a-1}{a+2}$
따라서 $a=1$ 이면 이 방정식은 무수히 많은 해를 가지고,
$a \neq 1$ 이면 $x=\dfrac{1}{a+2}$
같은 방법으로 $y=\dfrac{1}{a+2}$, $z=\dfrac{1}{a+2}$
따라서 Ⅲ, Ⅳ 는 옳다.

25. x^4 을 $x+\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫을 $q(x)$, 나머지를 r_1 이라 하고, $q(x)$ 를 $x+\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 나머지를 r_2 라 할 때, r_2 의 값은?

① $-\frac{1}{8}$　② $-\frac{1}{2}$　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$x^4=\left(x+\frac{1}{2}\right)q(x)+r_1$ 에서 $x=-\frac{1}{2}$ 을 대입하면

$r_1=\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

$\therefore\ \left(x+\frac{1}{2}\right)q(x)=x^4-\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

이때, $a=-\frac{1}{2}$ 로 놓으면 $(x-a)q(x)=x^4-a^4$

$$\begin{aligned}\therefore\ q(x)&=(x^4-a^4)\div(x-a)\\&=(x+a)(x^2+a^2)\end{aligned}$$

따라서, $q(x)$ 를 $x-a$ 로 나눈 나머지 r_2 는

$q(a)=4a^3$

$$\begin{aligned}\therefore\ q\left(-\frac{1}{2}\right)&=4\left(-\frac{1}{2}\right)^3\\&=-\frac{1}{2}\end{aligned}$$

26. x에 대한 다항식 $f(x)$를 $(x-3)^2$으로 나누면 나누어 떨어지고, $x+3$으로 나누면 4가 남는다고 한다. 이 때, $f(x)$를 $(x-3)^2(x+3)$으로 나눈 나머지는?

① $(x-3)^2$ ② $3x^2+2x-5$ ③ $\frac{1}{5}(x-3)^2$
④ x^2+2x-5 ⑤ $\frac{1}{9}(x-3)^2$

해설

$f(-3)=4$
$f(x)=(x-3)^2(x+3)Q(x)+ax^2+bx+c$
$f(x)=(x-3)^2(x+3)Q(x)+a(x-3)^2$($\because$ $f(x)$는 $(x-3)^2$으로 나누어 떨어진다.
$f(x)=(x-3)^2\{(x+3)Q(x)+a\}$
$f(-3)=(-3-3)^2a=4$
$\therefore\ a=\frac{1}{9}$
$\therefore$구하는 나머지 : $\frac{1}{9}(x-3)^2$

27. 다음은 다항식 $x^{2n}+1+(x+1)^{2n}$이 x^2+x+1로 나누어떨어지지 않게 하는 자연수 n을 구하는 과정이다. (　　　)에 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

> ω가 다항식 $x^2+x+1=0$을 만족하는 근이라고 하면 $\omega^2+\omega+1=0$
> $\therefore\ \omega^3,\ \omega \neq 1$
> (ⅰ) $n=3k(k=0,1,2,\cdots)$ 이면
> $\quad\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}=($ ㉠ $)\neq 0$
> (ⅱ) $n=3k+1(k=0,1,2,\cdots)$ 이면
> $\quad\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}=($ ㉡ $)$
> (ⅲ) $n=3k+2(k=0,1,2,\cdots)$ 이면
> $\quad\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}=0$
> 따라서 (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ) 에서 구하는 n은 (㉢)이다.

① $1,0,3k$　　② $2,1,3k+1$　　③ $3,0,3k+2$
④ $3,0,3k$　　⑤ $2,1,3k$

해설

(ⅰ) $n=3k$이면
$\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}$
$=\omega^{6k}+1+(\omega+1)^{6k}$
$=\omega^{6k}+1+(-\omega^2)^{6k}$
$=(\omega^3)^{2k}+1+(\omega^3)^{4k}$
$=1+1+1(\because\ \omega^3=1)=(\ 3\ )\neq 0$
(ⅱ) $n=3k+1$이면
$\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}$
$=\omega^{6k}+2+1+(\omega+1)^{6k}+2$
$=\omega^{6k}\cdot\omega^2+1+(-\omega^2)^{6k}+2$
$=\omega^2+1+(-\omega^2)^{6k}(-\omega^2)^2$
$=\omega^2+1+\omega=(\ 0\ )$
(ⅲ) $n=3k+2$이면
$\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}=0$
따라서 (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 n은 $(3k)$이다.

28. $x^3-3x+2=0$의 한 근이 a이고, $x^2-ax+1=0$의 두 근이 $b,\ c$일 때, b^3+c^3의 값은 ?

① -1　　② 1　　③ -2　　④ 27　　⑤ 0

해설

a는 $x^3-3x+2=0$의 한 근이므로
$a^3-3a+2=0$
$b,\ c$는 $x^2-ax+1=0$의 두 근이므로
$b+c=a,\ bc=1$
$\therefore\ b^3+c^3=(b+c)^3-3bc(b+c)$
$=a^3-3a=-2$

29. x에 대한 방정식 $x^2-2px+p+2=0$의 모든 근의 실수부가 음이 되도록 하는 실수 p의 값의 범위는?

① $-2<p<0$ ② $-2\le p<0$ ③ $-2<p\le 0$

④ $-2\le p\le 0$ ⑤ $0\le p<2$

해설

$x^2-2px+p+2=0$의 근은

$x=p\pm\sqrt{p^2-p-2}\cdots\cdots$ ㉠

(i) ㉠이 실근일 때

$p^2-p-2\ge 0,\ 2p<0,\ p+2>0$

$\therefore\ -2<p\le -1$

(ii) ㉠이 허근일 때

$p^2-p-2<0$이고 $p<0$

$\therefore\ -1<p<0$

이상에서 구하는 p의 조건은 $-2<p<0$