

1. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
또한,
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$ 이다.

2. 세 자연수 $A = 14 \times a$, $B = 21 \times a$, $C = 28 \times a$ 의 최대공약수가 35 일 때, 최소공배수를 구하면?

① 84 ② 168 ③ 252 ④ 420 ⑤ 840

해설

$A = 2 \times 7 \times a$, $B = 3 \times 7 \times a$, $C = 2^2 \times 7 \times a$ 이므로 최대공약수는 $7 \times a = 35$ 이고, $a = 5$ 이다.
따라서 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이다.

3. 가로 길이, 세로 길이, 높이의 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는?

- ① 180 개 ② 72 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72 \text{ (개)}$$

4. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 유리수는 0, 음수, 자연수로 구분된다.
- ② $|a| < |b|$ 이면 $a < b$ 이다.
- ③ 유리수 a 에 대하여 $|a|$ 의 최솟값은 0 이다.
- ④ 수직선 위의 수 중에서 원점과 가장 가까운 수는 -1 과 1 이다.
- ⑤ 부호가 같은 두 수의 대소 비교에서는 절댓값의 크기가 클수록 크다.

해설

- ① 유리수는 0, 음수, 양수로 구분된다.
- ② $|2| < |-3|$ 일 때 $2 > -3$ 이다.
- ③ 가장 작은 절댓값은 0 이다.
- ④ 수직선 위의 정수 중에서 원점과 가장 가까운 수는 -1 과 1 이다.
- ⑤ 부호가 양수인 두 수의 대소 비교에서만 절댓값의 크기가 클수록 크다.

5. $|a| = 7$, $|b| = 11$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$|7| = |-7| = 7$ 이므로
 $a = 7$ 또는 $a = -7$ 이고
 $|11| = |-11| = 11$ 이므로
 $b = 11$ 또는 $b = -11$ 이다.
따라서 가능한 (a, b) 의 순서쌍은
 $(7, 11)$, $(7, -11)$, $(-7, 11)$, $(-7, -11)$ 이다.
각각의 경우, $a - b$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.
(i) $(a, b) = (7, 11)$ 일 때,
 $a - b = 7 - 11 = -4$ 이다.
(ii) $(a, b) = (7, -11)$ 일 때,
 $a - b = 7 - (-11) = 7 + 11 = 18$ 이다.
(iii) $(a, b) = (-7, 11)$ 일 때,
 $a - b = -7 - 11 = -18$ 이다.
(iv) $(a, b) = (-7, -11)$ 일 때,
 $a - b = -7 - (-11) = -7 + 11 = 4$ 이다.
따라서, $a - b$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은 $M = 18$, $m = -18$ 이다.
 $\therefore M - m = 18 - (-18) = 18 + 18 = 36$

6. 어떤 유리수에 $-\frac{4}{3}$ 를 더하고 $\frac{3}{8}$ 을 빼야 하는데 $\frac{4}{3}$ 를 빼고 $-\frac{3}{8}$ 을 더했더니 -1.125 가 나왔다. 바르게 계산한 답을 구하면?

- ① $-\frac{11}{8}$ ② $-\frac{17}{12}$ ③ $-\frac{35}{24}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$a - \frac{4}{3} + \left(-\frac{3}{8}\right) = -1.125 = -\frac{9}{8}$$

$$a - \frac{32}{24} - \frac{9}{24} = -\frac{27}{24}$$

$$a = -\frac{27}{24} + \frac{32}{24} + \frac{9}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

바르게 계산한 결과는

$$\frac{7}{12} + \left(-\frac{4}{3}\right) - \frac{3}{8} = \frac{14 - 32 - 9}{24} = -\frac{9}{8}$$

7. 일곱 자리 수 $1706xy2$ 가 8 의 배수도 되고 9 의 배수도 된다. 이 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 11

해설

어떤 수가 8 의 배수라면 마지막 세 자리가 000 또는 8 의 배수이고,
어떤 수가 9 의 배수라면 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수이다.
 $1706xy2$ 가 8 의 배수가 되려면 $xy2$ 가 8 의 배수이어야 한다.
 $1 + 7 + 0 + 6 + x + y + 2$ 가 9 의 배수가 되려면 $x + y$ 가 2, 11 이어야 한다.
두 조건으로 순서쌍 (x, y) 를 구해 보면,
 $\therefore (x, y) = (1, 1), (4, 7), (8, 3)$
 $\therefore x + y = 2, 11$

8. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 다르는 것은?

① 144

② 216

③ 72

④ 96

⑤ 98

해설

① $2^4 \times 3^2$

② $2^3 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3^2$

④ $2^5 \times 3$

⑤ 2×7^2

9. 자연수 a 의 약수의 개수를 $[a]$ 이라 할 때, $[x] - [20] = 6$ 를 만족하는 가장 작은 x 의 값을 구한 것은?

① 42

② 50

③ 60

④ 64

⑤ 72

해설

$$[x] - [20] = 6$$

$20 = 2^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $3 \times 2 = 6$ (개) 이다.

따라서 $[20] = 6$ 이므로

$$[x] - 6 = 6$$

$$[x] = 12$$

$$12 = 2 \times 6 \text{ 일 때, } x = 2^5 \times 3 = 96$$

$$12 = 3 \times 2 \times 2 \text{ 일 때, } x = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$12 = 4 \times 3 \text{ 일 때, } x = 2^3 \times 3^2 = 72$$

따라서 가장 작은 x 의 값은 60 이다.