1. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고
$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
또한,
$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a=2,\ b=2,\ c=2$ 이다.

2. 세 자연수 $A = 14 \times a$, $B = 21 \times a$, $C = 28 \times a$ 의 최대공약수가 35 일 때, 최소공배수를 구하면?

① 84 ② 168 ③ 252 ④ 420 ⑤ 840

해설

$A = 2 \times 7 \times a$, $B = 3 \times 7 \times a$, $C = 2^2 \times 7 \times a$ 이므로 최대공약수는 $7 \times a = 35$ 이고, $a = 5$ 이다.
따라서 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이다.

3. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이의 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는?

① 180 개 ② 72 개 ③ 36 개

④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72$ (개)

4. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 유리수는 0, 음수, 자연수로 구분된다.

② $|a| < |b|$ 이면 $a < b$ 이다.

③ 유리수 a 에 대하여 $|a|$ 의 최솟값은 0 이다.

④ 수직선 위의 수 중에서 원점과 가장 가까운 수는 -1 과 1 이다.

⑤ 부호가 같은 두 수의 대소 비교에서는 절댓값의 크기가 클수록 크다.

해설

① 유리수는 0, 음수, 양수로 구분된다.
② $|2| < |-3|$ 일 때 $2 > -3$ 이다.
③ 가장 작은 절댓값은 0 이다.
④ 수직선 위의 정수 중에서 원점과 가장 가까운 수는 -1 과 1 이다.
⑤ 부호가 양수인 두 수의 대소 비교에서만 절댓값의 크기가 클수록 크다.

5. $|a| = 7$, $|b| = 11$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 하자. 이때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$|7| = |-7| = 7$ 이므로
$a = 7$ 또는 $a = -7$ 이고
$|11| = |-11| = 11$ 이므로
$b = 11$ 또는 $b = -11$ 이다.
따라서 가능한 (a, b) 의 순서쌍은 $(7, 11)$, $(7, -11)$, $(-7, 11)$, $(-7, -11)$ 이다.
각각의 경우, $a - b$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.
(i) $(a, b) = (7, 11)$ 일 때,
$a - b = 7 - 11 = -4$ 이다.
(ii) $(a, b) = (7, -11)$ 일 때,
$a - b = 7 - (-11) = 7 + 11 = 18$ 이다.
(iii) $(a, b) = (-7, 11)$ 일 때,
$a - b = -7 - 11 = -18$ 이다.
(iv) $(a, b) = (-7, -11)$ 일 때,
$a - b = -7 - (-11) = -7 + 11 = 4$ 이다.
따라서, $a - b$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은 $M = 18$, $m = -18$ 이다.
$\therefore M - m = 18 - (-18) = 18 + 18 = 36$

6. 어떤 유리수에 $-\frac{4}{3}$를 더하고 $\frac{3}{8}$을 빼야 하는데 $\frac{4}{3}$를 빼고 $-\frac{3}{8}$을 더했더니 -1.125 가 나왔다. 바르게 계산한 답을 구하면?

① $-\frac{11}{8}$ ② $-\frac{17}{12}$ ③ $-\frac{35}{24}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$a-\frac{4}{3}+\left(-\frac{3}{8}\right)=-1.125=-\frac{9}{8}$$

$$a-\frac{32}{24}-\frac{9}{24}=-\frac{27}{24}$$

$$a=-\frac{27}{24}+\frac{32}{24}+\frac{9}{24}=\frac{14}{24}=\frac{7}{12}$$

바르게 계산한 결과는

$$\frac{7}{12}+\left(-\frac{4}{3}\right)-\frac{3}{8}=\frac{14-32-9}{24}=-\frac{9}{8}$$

7. 일곱 자리 수 $1706xy2$ 가 8 의 배수도 되고 9 의 배수도 된다. 이 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: 11

해설

어떤 수가 8 의 배수라면 마지막 세 자리가 000 또는 8 의 배수이고,
어떤 수가 9 의 배수라면 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수이다.
$1706xy2$ 가 8 의 배수가 되려면 $xy2$ 가 8 의 배수이어야 한다.
$1+7+0+6+x+y+2$ 가 9 의 배수가 되려면 $x+y$ 가 $2, 11$ 이어야 한다.
두 조건으로 순서쌍 (x, y) 를 구해 보면,
$\therefore (x, y) = (1, 1), (4, 7), (8, 3)$
$\therefore x+y = 2, 11$

8. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 다른 것은?

① 144 ② 216 ③ 72 ④ 96 ⑤ 98

해설

① $2^4 \times 3^2$
② $2^3 \times 3^3$
③ $2^3 \times 3^2$
④ $2^5 \times 3$
⑤ 2×7^2

9. 자연수 a 의 약수의 개수를 $[a]$ 이라 할 때, $[x]-[20]=6$ 를 만족하는 가장 작은 x 의 값을 구한 것은?

① 42 ② 50 ③ 60 ④ 64 ⑤ 72

해설

$[x]-[20]=6$

$20=2^2\times5$ 이므로 약수의 개수는 $3\times2=6$ (개) 이다.

따라서 $[20]=6$ 이므로

$[x]-6=6$

$[x]=12$

$12=2\times6$ 일 때, $x=2^5\times3=96$

$12=3\times2\times2$ 일 때, $x=2^2\times3\times5=60$

$12=4\times3$ 일 때, $x=2^3\times3^2=72$

따라서 가장 작은 x 의 값은 60 이다.