

1. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5

② $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$

④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

2. 36의 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2, 3이고, 개수는 2개이다.

3. $3^6 = 729$ 를 이용하여 $729 - 3^5 - 3^a = 243$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^6 = 729$ 이고 $3^5 = 243$ 이다.
따라서 $729 - 243 - 3^a = 243$, $3^a = 243$ 이므로 $a = 5$ 이다.

4. 20의 약수의 개수와 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$20 = 2^2 \times 5$ 의 약수의 개수는
 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이다.
 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는
 $(2+1) \times (a+1) = 6$ (개)가 되어야 한다.
 $\therefore a = 1$

5. 소인수가 2개인 어떤 자연수가 있다. 이 자연수를 소인수분해한 결과 $\times 5^4$ 이고, 약수의 개수가 20개 일 때, 가장 작은 자연수이다. 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\times 5^4$ 에서 $= a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(x+1) \times (4+1) = 20$ (개) 이므로
 $(x+1) \times (4+1) = (x+1) \times 5 = 20$
 $x+1 = 4 \quad \therefore x = 3$
 a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로
 $= 2^3 = 8$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 29는 소수가 아니다.
- ③ 37과 43은 모두 소수이다.
- ④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 29는 소수이다.
- ⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

7. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x + y$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 70 ② 80 ③ 90 ④ 100 ⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, \quad x = 10, \quad y = 60$$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

8. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

① 23 ② 55 ③ 99 ④ 111 ⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로, I, M, O 는 1, 3, 667 이 된다.

9. $126 = a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해될 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라. (단, $a < b < c$ 인 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} 126 &= 2 \times 3^2 \times 7 = a^l \times b^m \times c^n \\ \therefore a &= 2, b = 3, c = 7, l = 1, m = 2, n = 1 \\ \therefore a + b + c - l - m - n &= 2 + 3 + 7 - 1 - 2 - 1 = 8 \end{aligned}$$

10. 자연수 n 에 대해 $S(n)$ 은 n 의 약수의 개수이다. 자연수 a, b 가 서로 소일 때, $S(a)+S(b) = 6$ 을 만족하는 $S(a \times b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$S(a) + S(b) = 6$ 이므로,
 $(S(a), S(b)) = (2, 4), (3, 3), (4, 2)$ 이다.
(1) $(S(a), S(b)) = (2, 4)$ 일 때, $a = x, b = y^3$ 이거나 $b = y \times z$ 의 형태이므로,
 $S(a \times b) = 8$ 이다. ($(S(a), S(b)) = (4, 2)$ 일 때도 같다.)
(2) $(S(a), S(b)) = (3, 3)$ 일 때, $a = x^2, b = y^2$ 의 형태이므로,
 $S(a \times b) = 9$ 이다.
 $\therefore S(a \times b)$ 의 최솟값 = 8