1. $\sqrt{0.08} = A\sqrt{2}$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = \frac{1}{5}$

해설

$\sqrt{\frac{8}{100}} = \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5} = A\sqrt{2}$

$A\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{5}$

$\therefore A = \frac{1}{5}$

2. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2} = a - a - a = -a$

3. 유리수 a, b가 $-1 < a < 0$, $ab = 1$을 만족할 때, $\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{a}$

해설

$b = \frac{1}{a}$, $-1 < a < 0$ 이므로 $a + \frac{1}{a} < 0$, $a - \frac{1}{a} > 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a+\frac{1}{a}\right) + \left(a-\frac{1}{a}\right) \\ &= -\frac{2}{a}\end{aligned}$$

4. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(n)=161$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 41

해설

$\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$, $\sqrt{49}=7$ 이므로

$n=1,\ 2,\ 3$ 일 때, $f(n)=1 \rightarrow 3\times 1=3$

$n=4,\cdots,8$ 일 때, $f(n)=2 \rightarrow 5\times 2=10$

$n=9,\cdots,15$ 일 때, $f(n)=3 \rightarrow 7\times 3=21$

$n=16,\cdots,24$ 일 때, $f(n)=4 \rightarrow 9\times 4=36$

$n=25,\cdots,35$ 일 때, $f(n)=5 \rightarrow 11\times 5=55$

$n=36,\cdots,48$ 일 때, $f(n)=6 \rightarrow 13\times 6=78$

$3+10+21+36+55=125$ 이고,

$n=41$ 이면 $125+6\times 6=161$

$\therefore n=41$

5. 다음 조건을 보고, $a-b$ 의 값을 구하여라.

(1) a 는 $4-\sqrt{3}$ 의 정수부분이다.
(2) b 는 $2x+7y=15x-8y$ 일 때, $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a-b=-1$

해설

(1) $1<\sqrt{3}<2$ 이므로 $2<4-\sqrt{3}<3 \therefore\ a=2$
(2) $2x+7y=15x-8y$ 에서 $y=\frac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}=\sqrt{\frac{x+\frac{13}{15}x}{x-\frac{13}{15}x}}=\sqrt{\frac{\frac{28x}{15}}{\frac{2x}{15}}}=\sqrt{14}$$

$3<\sqrt{14}<4$ 이므로 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}=\sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3 이다.
$\therefore b=3$
따라서 $a-b=2-3=-1$ 이다.

6. 넓이가 8π 인 원의 반지름을 한 변으로 하는 정사각형이 있다. 이 정사각형의 대각선의 길이를 반지름으로 하는 원의 넓이를 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 16π

해설

넓이가 8π 이므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면
$\pi r^2 = 8\pi \quad \therefore r = 2\sqrt{2}$
한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형의 대각선의 길이는 $2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$ 이다.
따라서 반지름의 길이가 4 인 원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi$ 이다.

7. $6\sqrt{12}\times 2\sqrt{3}\div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 12$

해설

좌변 : $6\sqrt{12}\times 2\sqrt{3}\div 9\sqrt{2} = \frac{12\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}}$

$= \frac{8}{\sqrt{2}}$

우변 : $32\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\div A = 48\sqrt{2}\div A$

$\therefore\ 48\sqrt{2}\div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$

$\therefore\ A = 48\sqrt{2}\div\frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{8} = 12$

8. 다항식 $x^2+2y^2-2x-3xy+3y+1$ 이 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2+2y^2-2x-3xy+3y+1$
$=x^2-(3y+2)x+2y^2+3y+1$
$=x^2-(3y+2)x+(2y+1)(y+1)$
$=(x-2y-1)(x-y-1)$
$\therefore\ (-1)+(-1)=-2$

9. $A = 5\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$, $B = -3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B = 10\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} A + B &= 5\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + (-3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) \\ &= 15\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

10. 수직선 위의 두 점 $A(\sqrt{48})$, $B(\sqrt{192})$ 사이의 점 $M(\sqrt{x})$에 대하여 $\overline{AM}:\overline{MB}=1:3$이라 할 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x=75$

해설

$\overline{AM}=\sqrt{x}-\sqrt{48}=\sqrt{x}-4\sqrt{3}$

$\overline{MB}=\sqrt{192}-\sqrt{x}=8\sqrt{3}-\sqrt{x}$

$\overline{AM}:\overline{MB}=1:3$이므로

$(\sqrt{x}-4\sqrt{3}):(8\sqrt{3}-\sqrt{x})=1:3$

$8\sqrt{3}-\sqrt{x}=3\sqrt{x}-12\sqrt{3}$

$20\sqrt{3}=4\sqrt{x}$

양변을 제곱하면

$1200=16x$

$\therefore\ x=75$

11. 밑면의 넓이가 x^2-3y+1 인 직육면체의 부피가 $x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax+b$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

$x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$
$=x^2(x+2)-3y(x+2)+x+2$
$=(x+2)(x^2-3y+1)$
따라서 $a=1,\ b=2$ 이므로
$a+b=3$ 이다.

12. 양수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $A=a+b+ab,\ B=b+c+bc,\ C=c+a+ca$ 이고, $A+B+C=33,\ A-B+C=-1,\ A+B-C=11$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=8$

해설

$$\begin{cases} A+B+C=33 & \cdots ㉠ \\ A-B+C=-1 & \cdots ㉡ \\ A+B-C=11 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠ − ㉡ 에서 $2B=34$
㉠ − ㉢ 에서 $2C=22$
㉡ + ㉢ 에서 $2A=10$
$\therefore\ A=5,\ B=17,\ C=11$ 이므로
$5=a+b+ab$ 에서 $(a+1)(b+1)=6$
$17=b+c+bc$ 에서 $(b+1)(c+1)=18$
$11=c+a+ca$ 에서 $(c+1)(a+1)=12$
세 식을 모두 곱하면
$\{(a+1)(b+1)(c+1)\}^2=6\times18\times12$
$\therefore\ (a+1)(b+1)(c+1)=36$
$c+1=6,\ c=5$
$a+1=2,\ a=1$
$b+1=3,\ b=2$
$\therefore\ a+b+c=8$

13. x^4+4x^2+4를 인수분해하면 $(ax^2+b)^2$이 된다고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

$x^4+4x^2+4=(x^2)^2+4(x^2)+4=(x^2+2)^2$

따라서, $a+b=1+2=3$

14. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2+3b^2}-\sqrt{(a^2\times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$a=-\sqrt{5}$, $b=\sqrt{2}$

$\sqrt{-a^2+3b^2}-\sqrt{(a^2\times b^2)^2}$

$=\sqrt{-\left(-\sqrt{5}\right)^2+3\left(\sqrt{2}\right)^2}$

$-\sqrt{\left\{\left(-\sqrt{5}\right)^2\times\left(\sqrt{2}\right)^2\right\}^2}$

$=\sqrt{-5+6}-\sqrt{(5\times 2)^2}$

$=1-10=-9$

15. 주사위를 두 번 던저서 나오는 눈의 수 중에 큰 것을 a , 작은 것을 b 라고 하자. $0 < \sqrt{|b-a|} < 2$ 를 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$a,\ b$ 는 주사위 눈의 수이므로 $1 \le a,\ b \le 6$
큰 것이 a 이므로 $b-a < 0$
$\therefore\ -4 < b-a < 0$, $b-a = -3, -2, -1$
$b-a = -3$ 일 때,
$(a,\ b) = (4,\ 1), (5,\ 2), (6,\ 3)$
$b-a = -2$ 일 때,
$(a,\ b) = (3,\ 1), (4,\ 2), (5,\ 3), (6,\ 4)$
$b-a = -1$ 일 때,
$(a,\ b) = (2,\ 1), (3,\ 2), (4,\ 3), (5,\ 4), (6,\ 5)$

16. $\sqrt{15}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{60}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a-1$

해설

$a=\sqrt{15}-3$

$7<\sqrt{60}<8$ 이므로

$\sqrt{60}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{60}-7$ 이다.

$\therefore\ \sqrt{60}-7=2\sqrt{15}-7=2\left(\sqrt{15}-3\right)-1=2a-1$

17. $5x^2 - ax - 3 = (x+b)(5x+c)$ 로 인수분해 될 때, a 의 값을 모두 구하여라. (단, a, b, c 는 정수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 14

해설

식을 전개하면

$$\begin{aligned} 5x^2 - ax - 3 &= (x+b)(5x+c) \\ &= 5x^2 + (c+5b)x + bc \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} bc = -3 & \cdots ① \\ 5b + c = -a & \cdots ② \end{cases}$$

①에서 $(b,\ c) = (\pm 1,\ \mp 3),\ (\pm 3,\ \mp 1)$

②에서 $a = -5b - c$ 이므로

$\therefore\ a = \pm 2,\ \pm 14$

18. $c = \sqrt{4} - 2a - 3b$ 일 때, $4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab + 6bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$c = \sqrt{4} - 2a - 3b$ 에서 $2a + 3b + c = \sqrt{4}$

$\therefore 4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab - 6bc - 4ca$

$= (2a)^2 + (3b)^2 + c^2$

$\quad + 2(2a)(3b) + 2(3b)(-c) + 2(-c)(2a)$

$= (2a + 3b - c)^2$

$= (\sqrt{4})^2 = 4$

19. 두 실수 a, b가 $a^2+ab+b^2=7$, $a^2-ab+b^2=3$을 동시에 만족시킬 때, $(a+b)^2$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{cases} a^2+ab+b^2=7 & \cdots ① \\ a^2-ab+b^2=3 & \cdots ② \end{cases}$$

①+②: $a^2+b^2=5$

①−②: $2ab=4$

$$\begin{aligned} \therefore (a+b)^2 &= a^2+2ab+b^2 \\ &= a^2+b^2+2ab \\ &= 5+4=9 \end{aligned}$$

20. $a+b=2, ab=-8$ 일 때, $a^3b+a^2b+ab^2+ab^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -176

해설

$a^3b+a^2b+ab^2+ab^3$

$=ab\left(a^2+a+b+b^2\right)$

$=ab\left\{(a+b)^2-2ab+a+b\right\}$

$=(-8)\times\{2-2\times(-8)+2\}$

$=(-8)\times(4+16+2)$

$=-176$