

1. $\sqrt{0.08} = A \sqrt{2}$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = \frac{1}{5}$

해설

$$\sqrt{\frac{8}{100}} = \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5} = A\sqrt{2}$$

$$A\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$\therefore A = \frac{1}{5}$$

2. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$$\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2} = a - a - a = -a$$

3. 유리수 a, b 가 $-1 < a < 0$, $ab = 1$ 을 만족할 때,

$$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} \text{의 값을 구하여라.}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{a}$

해설

$$b = \frac{1}{a}, -1 < a < 0 \text{ 이므로 } a + \frac{1}{a} < 0, a - \frac{1}{a} > 0$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= -\frac{2}{a}\end{aligned}$$

4. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n) = 161$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4, \sqrt{25} = 5, \sqrt{36} = 6, \sqrt{49} = 7$ 이므로

$n = 1, 2, 3$ 일 때, $f(n) = 1 \rightarrow 3 \times 1 = 3$

$n = 4, \cdots, 8$ 일 때, $f(n) = 2 \rightarrow 5 \times 2 = 10$

$n = 9, \cdots, 15$ 일 때, $f(n) = 3 \rightarrow 7 \times 3 = 21$

$n = 16, \cdots, 24$ 일 때, $f(n) = 4 \rightarrow 9 \times 4 = 36$

$n = 25, \cdots, 35$ 일 때, $f(n) = 5 \rightarrow 11 \times 5 = 55$

$n = 36, \cdots, 48$ 일 때, $f(n) = 6 \rightarrow 13 \times 6 = 78$

$3 + 10 + 21 + 36 + 55 = 125$ 이고,

$n = 41$ 이면 $125 + 6 \times 6 = 161$

$\therefore n = 41$

5. 다음 조건을 보고, $a - b$ 의 값을 구하여라.

(1) a 는 $4 - \sqrt{3}$ 의 정수부분이다.

(2) b 는 $2x + 7y = 15x - 8y$ 일 때, $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = -1$

해설

(1) $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3 \therefore a = 2$

(2) $2x + 7y = 15x - 8y$ 에서 $y = \frac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{\frac{x + \frac{13}{15}x}{x - \frac{13}{15}x}} = \sqrt{\frac{28x}{\frac{2x}{15}}} = \sqrt{14}$$

$3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3 이다.

$\therefore b = 3$

따라서 $a - b = 2 - 3 = -1$ 이다.

6. 넓이가 8π 인 원의 반지름을 한 변으로 하는 정사각형이 있다. 이 정사각형의 대각선의 길이를 반지름으로 하는 원의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

넓이가 8π 이므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\pi r^2 = 8\pi \quad \therefore r = 2\sqrt{2}$$

한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형의 대각선의 길이는 $2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$ 이다.

따라서 반지름의 길이가 4인 원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi$ 이다.

7. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = 12$

해설

$$\begin{aligned} \text{좌변} : 6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} &= \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\text{우변} : 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$$

$$\therefore 48\sqrt{2} \div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$$

8. 다항식 $x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1$ 이 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + 2y^2 + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + (2y + 1)(y + 1) \\ &= (x - 2y - 1)(x - y - 1) \\ &\therefore (-1) + (-1) = -2 \end{aligned}$$

9. $A = 5\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$, $B = -3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B = 10\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} A + B &= 5\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + (-3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) \\ &= 15\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

10. 수직선 위의 두 점 $A(\sqrt{48})$, $B(\sqrt{192})$ 사이의 점 $M(\sqrt{x})$ 에 대하여 $\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 3$ 이라 할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 75$

해설

$$\overline{AM} = \sqrt{x} - \sqrt{48} = \sqrt{x} - 4\sqrt{3}$$

$$\overline{MB} = \sqrt{192} - \sqrt{x} = 8\sqrt{3} - \sqrt{x}$$

$$\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 3 \text{ 이므로}$$

$$(\sqrt{x} - 4\sqrt{3}) : (8\sqrt{3} - \sqrt{x}) = 1 : 3$$

$$8\sqrt{3} - \sqrt{x} = 3\sqrt{x} - 12\sqrt{3}$$

$$20\sqrt{3} = 4\sqrt{x}$$

양변을 제곱하면

$$1200 = 16x$$

$$\therefore x = 75$$

11. 밑면의 넓이가 $x^2 - 3y + 1$ 인 직육면체의 부피가 $x^3 + 2x^2 - 3xy + x - 6y + 2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + 2x^2 - 3xy + x - 6y + 2 \\ &= x^2(x + 2) - 3y(x + 2) + x + 2 \\ &= (x + 2)(x^2 - 3y + 1) \end{aligned}$$

따라서 $a = 1$, $b = 2$ 이므로
 $a + b = 3$ 이다.

12. 양수 a, b, c 에 대하여 $A = a + b + ab$, $B = b + c + bc$, $C = c + a + ca$ 이고, $A + B + C = 33$, $A - B + C = -1$, $A + B - C = 11$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b + c = 8$

해설

$$\begin{cases} A + B + C = 33 & \cdots \textcircled{㉠} \\ A - B + C = -1 & \cdots \textcircled{㉡} \\ A + B - C = 11 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 에서 } 2B = 34$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \text{ 에서 } 2C = 22$$

$$\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \text{ 에서 } 2A = 10$$

$$\therefore A = 5, B = 17, C = 11 \text{ 이므로}$$

$$5 = a + b + ab \text{ 에서 } (a + 1)(b + 1) = 6$$

$$17 = b + c + bc \text{ 에서 } (b + 1)(c + 1) = 18$$

$$11 = c + a + ca \text{ 에서 } (c + 1)(a + 1) = 12$$

세 식을 모두 곱하면

$$\{(a + 1)(b + 1)(c + 1)\}^2 = 6 \times 18 \times 12$$

$$\therefore (a + 1)(b + 1)(c + 1) = 36$$

$$c + 1 = 6, c = 5$$

$$a + 1 = 2, a = 1$$

$$b + 1 = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

13. $x^4 + 4x^2 + 4$ 를 인수분해하면 $(ax^2 + b)^2$ 이 된다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

$$x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2)^2 + 4(x^2) + 4 = (x^2 + 2)^2$$

따라서, $a + b = 1 + 2 = 3$

14. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$a = -\sqrt{5}, b = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2} \\ &= \sqrt{-(-\sqrt{5})^2 + 3(\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{\left\{ (-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{2})^2 \right\}^2} \\ &= \sqrt{-5 + 6} - \sqrt{(5 \times 2)^2} \\ &= 1 - 10 = -9 \end{aligned}$$

15. 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중에 큰 것을 a , 작은 것을 b 라고 하자. $0 < \sqrt{|b-a|} < 2$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라.



답 :

개



정답 : 12 개

해설

a, b 는 주사위 눈의 수이므로 $1 \leq a, b \leq 6$

큰 것이 a 이므로 $b - a < 0$

$$\therefore -4 < b - a < 0, b - a = -3, -2, -1$$

$b - a = -3$ 일 때,

$$(a, b) = (4, 1), (5, 2), (6, 3)$$

$b - a = -2$ 일 때,

$$(a, b) = (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$$

$b - a = -1$ 일 때,

$$(a, b) = (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$$

16. $\sqrt{15}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{60}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a - 1$

해설

$$a = \sqrt{15} - 3$$

$7 < \sqrt{60} < 8$ 이므로

$\sqrt{60}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{60} - 7$ 이다.

$$\therefore \sqrt{60} - 7 = 2\sqrt{15} - 7 = 2(\sqrt{15} - 3) - 1 = 2a - 1$$

17. $5x^2 - ax - 3 = (x + b)(5x + c)$ 로 인수분해 될 때, a 의 값을 모두 구하여라. (단, a, b, c 는 정수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 14

해설

식을 전개하면

$$\begin{aligned} 5x^2 - ax - 3 &= (x + b)(5x + c) \\ &= 5x^2 + (c + 5b)x + bc \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} bc = -3 & \dots \text{①} \\ 5b + c = -a & \dots \text{②} \end{cases}$$

①에서 $(b, c) = (\pm 1, \mp 3), (\pm 3, \mp 1)$

②에서 $a = -5b - c$ 이므로

$$\therefore a = \pm 2, \pm 14$$

18. $c = \sqrt{4} - 2a - 3b$ 일 때, $4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab + 6bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$c = \sqrt{4} - 2a - 3b \text{ 에서 } 2a + 3b + c = \sqrt{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore 4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab - 6bc - 4ca \\ &= (2a)^2 + (3b)^2 + c^2 \\ &\quad + 2(2a)(3b) + 2(3b)(-c) + 2(-c)(2a) \\ &= (2a + 3b - c)^2 \\ &= (\sqrt{4})^2 = 4 \end{aligned}$$

19. 두 실수 a, b 가 $a^2 + ab + b^2 = 7$, $a^2 - ab + b^2 = 3$ 을 동시에 만족시킬 때, $(a + b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{cases} a^2 + ab + b^2 = 7 & \dots \textcircled{1} \\ a^2 - ab + b^2 = 3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: a^2 + b^2 = 5$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}: 2ab = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= a^2 + b^2 + 2ab \\ &= 5 + 4 = 9 \end{aligned}$$

20. $a + b = 2, ab = -8$ 일 때, $a^3b + a^2b + ab^2 + ab^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -176

해설

$$\begin{aligned} & a^3b + a^2b + ab^2 + ab^3 \\ &= ab(a^2 + a + b + b^2) \\ &= ab\{(a+b)^2 - 2ab + a + b\} \\ &= (-8) \times \{2 - 2 \times (-8) + 2\} \\ &= (-8) \times (4 + 16 + 2) \\ &= -176 \end{aligned}$$