

1. 두 수 또는 두 식 $A \cdot B = 0$ 인 것을 가장 알맞게 표현한 것은?

① $A = 0$ 그리고 $B = 0$

② $A \neq 0$ 그리고 $B = 0$

③ $A = 0$ 그리고 $B \neq 0$

④ $A = 0$ 또는 $B = 0$

⑤ $A \neq 0$ 그리고 $B \neq 0$

해설

$A \cdot B = 0$ 가 성립하려면 A, B 중 적어도 어느 하나는 0이 되어야 한다.

이를 표현한 것은 ④이다.

2. $0 < x < 3$ 인 x 에 대하여, 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는?

① $x = -3$

② $x = -2$

③ $x = 2$

④ $x = 3$

⑤ $x = 4$

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

$0 < x < 3$ 이므로, 해는 2이다.

3. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

- ① $-\frac{2}{7}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{7}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

4. 이차방정식 $x^2 + 8x + 24 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 m 의 값은?

- ① -8 ② -6 ③ 0 ④ 6 ⑤ 8

해설

중근을 가지려면 $x^2 + 8x + 24 - m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야
하므로 $24 - m = 16$
 $\therefore m = 8$

5. 이차방정식 $3(x+3)^2 = 8$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① 18 ② 6 ③ 0 ④ -3 ⑤ -6

해설

$$3(x+3)^2 = 8, (x+3)^2 = \frac{8}{3}$$

$$x+3 = \pm \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{\frac{8}{3}} = -3 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \left(-3 + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) + \left(-3 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = -6$$

6. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

- ㉠ $2x^2 - 5 = x^2$
- ㉡ $x^2 = -x + 2$
- ㉢ $x^2 = 0$
- ㉣ $x^2 = (x-1)^2 + x^2$
- ㉤ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$
- ㉥ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

이차방정식은 (x 에 관한 이차식) $= 0$ 꼴의 등식이다.
∴ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ 5개

7. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 해 중 $2x + 3 < 6$ 를 만족하는 것을 a 라 할 때, a 의 값은?

① $1 - \sqrt{3}$

② $1 + \sqrt{3}$

③ $2 - \sqrt{3}$

④ $2 + \sqrt{3}$

⑤ $3 - \sqrt{3}$

해설

$x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = 1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}$$

$$2x + 3 < 6, x < \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } a = 1 - \sqrt{3}$$

8. 이차방정식 $2x^2 - ax - 3 = 0$ 의 한 근이 $\frac{3}{2}$ 이고 다른 한 근이 $2x^2 - 5x - b = 0$ 의 한 근일때 b 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$2x^2 - ax - 3 = 0 \text{ 에 } x = \frac{3}{2} \text{ 을 대입하면}$$

$$\frac{9}{2} - \frac{3}{2}a - 3 = 0, a = 1$$

$$2x^2 - x - 3 = 0, (x+1)(2x-3) = 0, x = -1, \frac{3}{2}$$

따라서 다른 한 근은 -1 이므로

$$2x^2 - 5x - b = 0 \text{ 에 } x = -1 \text{ 을 대입하면}$$

$$2 + 5 - b = 0 \quad \therefore b = 7$$

9. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$ 의 한 근이 a 일 때, $a+\frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 5

해설

$x = a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2+5a+1=0$ 에서 $a+5+\frac{1}{a}=0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -5$$

10. 이차방정식 $(x+a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x + a = \pm \sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

11. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$ ($xy \neq 0$) 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답: $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3y$$

$x^2 = 9y^2$ 이므로 $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 에 대입하면

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

따라서 $x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$ 이다.

12. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은?

- ① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27 \end{aligned}$$

13. 다음 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$ 의 해가 $x = 7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$$

$$(x - a)^2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$x - a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$$

따라서 $a = 7$, $b = 10$ 이므로 $ab = 70$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 - 3px - 3p = 0$ 을 $(x+a)^2 = \frac{21}{4}$ 의 꼴로 나타낼 수 있을 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{2}$

해설

$x^2 - 3px - 3p = 0$ 을 변형하면

$$\left(x - \frac{3}{2}p\right)^2 = \frac{9}{4}p^2 + 3p$$

이때, $a = -\frac{3}{2}p$, $\frac{9}{4}p^2 + 3p = \frac{21}{4}$ 이다.

$$\frac{9}{4}p^2 + 3p = \frac{21}{4} \text{ 에서 } 3p^2 + 4p - 7 = 0$$

$$(3p+7)(p-1) = 0$$

$$\therefore p = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } p = 1$$

$$a = -\frac{3}{2}p \text{ 에서 } a > 0 \text{ 이므로 } p < 0, p = -\frac{7}{3}$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}p = \frac{7}{2}$$

15. 세 개의 이차방정식 $x^2 - (1+p)x + p = 0$, $x^2 - (q-1)x - q = 0$, $x^2 - 2(p+2q)x + 8pq = 0$ 은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때, $p-4q-1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - (1+p)x + p = 0$, $x = 1, x = p \cdots \textcircled{A}$
 $x^2 - (q-1)x - q = 0$, $x = -1, x = q \cdots \textcircled{B}$
 $x^2 - 2(p+2q)x + 8pq = 0$, $x = 2p, x = 4q \cdots \textcircled{C}$
세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,
 \textcircled{A} 에서 공통근은 $x = p$
 \textcircled{B} 에서 $2p \neq p$ 이므로 공통근은 $x = 4q$
 \textcircled{C} 에서 $q \neq 4q$ 이므로 공통근은 $x = -1$
 $\therefore p = 4q = -1$, $p - 4q = 0$
 $\therefore p - 4q - 1 = -1$