

1.  $x$ 에 대한 다항식  $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

내림차순으로 정리하면  $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.
- ㉡

오름차순으로 정리하면  $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.
- ㉢

주어진 다항식은  $x$ 에 대한 3차식이다.
- ㉤

$x^3$ 의 계수는 3이다.
- ㉥

상수항은  $-4$ 이다.

- ①

㉠, ㉢
- ②

㉠, ㉡, ㉢
- ③

㉠, ㉡
- ④

㉠, ㉢, ㉤, ㉥
- ⑤

㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

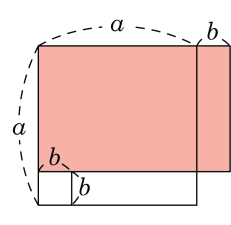
㉤

$x^3$ 의 계수는  $3y$ 이다.

㉥

상수항은  $5y - 4$ 이다.

2. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ①  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ②  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ④  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ⑤  $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설

$(a + b)(a - b) = ①' + ②$   
①' = ③ 이므로  
 $(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$   
 $\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

3. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

4.  $f(x) = x^2 - ax + 1$  이  $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$



5. 다음 중  $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

①  $a - b + c$

②  $c - a$

③  $b + c$

④  $a - b$

⑤  $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

6.  $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$  일 때,  $x^2 - x + 1$  의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④  $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤  $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$  의 양변에 2 를 곱하면  $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로  $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면  $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉,  $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서,  $x^2 - x + 1 = 0$

7.  $x$ 에 대한 이차방정식  $kx^2 + 2(k+1)x + k = 0$ 이 중근을 가질 때  $k$ 의 값은?

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ -1      ⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$\frac{D}{4} = b'^2 - ac = (k+1)^2 - k^2 = 2k+1 \text{에서}$$

중근을 가질 조건이므로

$$\frac{D}{4} = 0 \text{이어야 한다.}$$

$$2k+1=0 \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

8. 이차방정식  $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계를 이용하면,

$$\alpha + \beta = -3 \quad \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} \\ &= -3 + 2 = -1 \end{aligned}$$



9. 함수  $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ 가  $-2 \leq x \leq 2$ 에서 최댓값 5, 최솟값  $-4$ 를 가질 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이고  $a < 0$ )

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = ax^2 - 2ax + b$   
 $= a(x-1)^2 - a + b$ 에서  $a < 0$  이고  
꼭짓점의  $x$ 좌표 1이  $-2 \leq x \leq 2$ 에 속하므로  
 $x = 1$ 일 때 최댓값을 갖고,  
 $x = -2$ 일 때 최솟값을 갖는다.  
즉,  $f(1) = -a + b = 5$ ,  $f(-2) = 8a + b = -4$   
두 식을 연립하여 풀면  $a = -1, b = 4$   
 $\therefore a + b = 3$

10. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0, x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0,$$
$$x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 1$

해설

제 1 식에서  $(x - 1)(x + 1)(x + 3) = 0$

∴  $x = 1, -1, -3$

제 2 식에서  $(x - 1)(x + 1)(x + 2) = 0$

∴  $x = 1, -1, -2$

제 3 식에서  $(x - 1)^2(x - 2) = 0$

∴  $1, 2$

∴ 공통근 :  $x = 1$

11. 연립방정식 
$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$$
 의 해를  $x = a, y = b, z = c$  라 할 때,  $abc$  의 값은?

① -14      ② -7      ③ 0      ④ 7      ⑤ 14

해설

$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x + 2y + z = 3 & \cdots \textcircled{㉡} \\ x + y + 2z = 5 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \text{을 하면 } 4(x + y + z) = 20$$

$$\therefore x + y + z = 5 \quad \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉣} \text{에서 } x = 7$$

$$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉣} \text{에서 } y = -2$$

$$\textcircled{㉢} - \textcircled{㉣} \text{에서 } z = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -2, c = 0$$

$$\therefore abc = 0$$

12. 실수  $x, y$  대하여  $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때,  $2x+y$ 의 값은?

① 8

② 7

③ 5

④ 4

⑤  $\frac{9}{5}$

해설

$$\frac{(1-i)x + (1+i)y}{(1+i)(1-i)} = 2-i$$

$$\frac{(x+y) - (x-y)i}{2} = 2-i$$

$$(x+y) - (x-y)i = 4-2i$$

복소수의 상등에 의해서

$$x+y = 4 \cdots \textcircled{1}, \quad x-y = 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } x=3, y=1 \quad \therefore 2x+y=7$$



13.  $i^2 = -1$  일 때,  $(n+i)^4$  이 정수가 되도록 하는 정수  $n$  의 개수는?

- ① 0 개      ② 1 개      ③ 2 개      ④ 3 개      ⑤ 4 개

해설

$$(n+i)^4 = \{(n+i)^2\}^2 = (n^2 - 1 + 2ni)^2$$

이것이 정수가 되려면  $n^2 - 1 + 2ni$  가 정수가 되거나 순허수가 되어야 한다.

i)  $n = 0$  일 때 성립

ii)  $n^2 - 1 = 0$ ,  $n = \pm 1$  일 때 성립

따라서 구하는 정수의 개수는 3 개

해설

$$(n+i)^4 = n^4 - 6n^2 + 1 + i(4n^3 - 4n)$$

이것이 실수이려면,  $4n^3 - 4n = 0$ ,  $n = 0, \pm 1$

이 때  $(n+i)^4$  은 모두 정수가 되므로,  $(n+i)^4$  이 정수가 되도록 하는 정수  $n$  의 개수는 3 개다.

14. 다음을 계산하여라.

$1+i+i^2+\cdots+i^{2006}$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $i$

해설

$$\begin{aligned} &1+i+i^2+\cdots+i^{2006} \\ &=1+(i+i^2+i^3+i^4)+(i^5+i^6+i^7+i^8)+\cdots \\ &\quad \cdots+(i^{2001}+i^{2002}+i^{2003}+i^{2004})+(i^{2005}+i^{2006}) \\ &=1+(i-1-i+1)+(i-1-i+1) \\ &\quad +\cdots+(i-1-i+1)+(i-1) \\ &=i \end{aligned}$$

15.  $x$ 에 대한 일차방정식  $5x + a = 2x + 12$ 의 해가 자연수일 때, 자연수  $a$ 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 무수히 많다

해설

$$5x - 2x = 12 - a, 3x = 12 - a$$

$$\therefore x = \frac{12 - a}{3}$$

자연수  $a = 1, 2, 3, \dots$ 을 대입했을 때,

$$x = \frac{12 - a}{3} \text{가 자연수가 되는 경우는}$$

$12 - a$ 가 3의 배수이면서  $a < 12$ 일 때이다.

$$\text{i) } a = 3 \text{ 일 때, } x = \frac{12 - 3}{3} = 3$$

$$\text{ii) } a = 6 \text{ 일 때, } x = \frac{12 - 6}{3} = 2$$

$$\text{iii) } a = 9 \text{ 일 때, } x = \frac{12 - 9}{3} = 1$$

따라서 자연수  $a$ 의 개수는 3개이다.

16. 방정식  $\left[x + \frac{1}{2}\right]^2 - 3\left[x - \frac{1}{2}\right] - 7 = 0$ 의 해  $a \leq x < b$  또는  $c \leq x < d$ 에 대하여  $a + b + c + d$ 의 값은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대 정수)

① 2                      ② 4                      ③ 6                      ④ 8                      ⑤ 10

해설

$\left[x - \frac{1}{2}\right] = \left[x + \frac{1}{2}\right] - 1$ 이므로  
 $\left[x + \frac{1}{2}\right]^2 - 3\left[x + \frac{1}{2}\right] - 4 = 0$   
 $\left[x + \frac{1}{2}\right] = 4$  또는  $\left[x + \frac{1}{2}\right] = -1$ 이므로  
 $\frac{7}{2} \leq x < \frac{9}{2}, -\frac{3}{2} \leq x < -\frac{1}{2}$ 이다  
따라서 구하는 값은  
 $\therefore a + b + c + d = 6$



17. 이차방정식  $(\sqrt{2}+1)x^2+x-\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)=0$ 의 두 근의 곱은?

- ①  $-\sqrt{2}$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $\sqrt{2}$

해설

주어진 식의 양변에  $\sqrt{2}-1$ 을 곱하면  
 $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)x^2+(\sqrt{2}-1)x-\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=0$   
 $x^2+(\sqrt{2}-1)x-\sqrt{2}=0$   
 $(x+\sqrt{2})(x-1)$   
 $\therefore x=-\sqrt{2}$  또는  $x=1$   
따라서 두 근의 곱은  $-\sqrt{2}$

18.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2+mx+6=0$ 의 두 근  $a, b$ 에 대하여  $|a-b|=1$ 이 성립할 때,  $\sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}$ 의 값은? (단,  $m<0$ )

①  $-1-\sqrt{2}$

②  $2+\sqrt{3}$

③  $2-\sqrt{3}$

④  $1+\sqrt{2}$

⑤  $-2+\sqrt{5}$

해설

$$x^2+mx+6=0 \text{의 두 근이 } a, b$$

$$a+b=-m, ab=6$$

$$|a-b|=1$$

$$|a-b|^2=(a+b)^2-4ab$$

$$=m^2-24=1$$

$$m^2=25 \therefore m=-5(\because m<0)$$

$$x^2-5x+6=0$$

$$(x-3)(x-2)=0$$

$$a=3, b=2$$

$$\therefore \sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}=\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$$

19. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것을 고르면?

①  $x^2 + 4x + 1 = (x - 2 - \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$

②  $x^2 - 2x + 5 = (x - 1 + 2i)(x + 1 + 2i)$

③  $x^2 + 4 = (x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

④  $2x^2 + 4x - 5 = \left(x - \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}\right)\left(x - \frac{-2 - \sqrt{14}}{2}\right)$

⑤  $3x^2 - 6x + 1 = 3\left(x - \frac{3 + \sqrt{6}}{3}\right)\left(x - \frac{3 - \sqrt{6}}{3}\right)$

해설

근의 공식을 통해 나온 해를 바탕으로 인수분해 한다

①  $x^2 + 4x + 1 = (x + 2 - \sqrt{3})(x + 2 + \sqrt{3})$

②  $x^2 - 2x + 5 = (x - 1 - \sqrt{6})(x - 1 + \sqrt{6})$

③  $x^2 + 4 = (x + 2i)(x - 2i)$

④  $2x^2 + 4x - 5$

$= 2\left(x - \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}\right)\left(x - \frac{-2 - \sqrt{14}}{2}\right)$

⑤  $3x^2 - 6x + 1$

$= 3\left(x - \frac{3 + \sqrt{6}}{3}\right)\left(x - \frac{3 - \sqrt{6}}{3}\right)$

20. 이차함수  $y = x^2 - 2ax + 2am - 2m + b$ 의 그래프가  $m$ 의 값에 관계없이  $x$ 축에 접할 때, 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

① -1      ② 1      ③ 3      ④ 4      ⑤ 6

해설

이차방정식  $x^2 - 2ax + 2am - 2m + b = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2am - 2m + b) = 0$$

$$\therefore a^2 - 2am + 2m - b = 0$$

이 식이  $m$ 의 값에 관계없이 성립하므로

$$(2 - 2a)m + (a^2 - b) = 0 \text{에서}$$

$$2 - 2a = 0, a^2 - b = 0$$

따라서  $a = 1, b = 1$ 이므로  $ab = 1$



21.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3}$ ,  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$  일 때  $x^2 - y^2 + z^2$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -40

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3} = t \text{ 라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 5t + 3, z = 3t - 2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - y^2 + z^2 = (2t - 1)^2 - (5t + 3)^2 + (3t - 2)^2 = -12t^2 - 46t - 4$$

... ㉠

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$t \geq \frac{1}{2}, t \geq -\frac{3}{5}, t \geq \frac{2}{3}$$

$$\therefore t \geq \frac{2}{3}$$

이 범위에서 ㉠은 감소하므로

$$t = \frac{2}{3} \text{ 일 때 최대이고 최댓값은}$$

$$-12\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 46 \cdot \frac{2}{3} - 4 = -40$$

22. 삼차방정식  $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$  의 한 근이  $1+i$  일 때, 실수  $a, b$  에 대하여  $a+b$  의 값을 구하면?(단,  $i = \sqrt{-1}$  )

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

세 근을  $1+i, 1-i, \alpha$  라 하자. 근과 계수와의 관계에 따라  
합:  $(1+i) + (1-i) + \alpha = 3, \alpha = 1 \cdots \text{㉠}$   
곱:  $(1+i)(1-i)\alpha = 2 \cdot (1) = -b, \quad b = -2 \cdots \text{㉡}$   
 $a = (1+i)(1-i) + 1(1-i) + 1(1+i) = 2 + 1 - i + 1 + i = 4$   
 $a+b = 4 - 2 = 2$

23. 연립방정식 
$$\begin{cases} xy + 2yz = 8 \\ yz + 2zx = 15 \\ zx + 2xy = 10 \end{cases}$$
을 만족하는  $x, y, z$ 에 대하여  $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

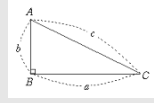
$xy + 2yz = 8 \quad \cdots \textcircled{㉠}$   
 $yz + 2zx = 15 \cdots \textcircled{㉡}$   
 $zx + 2xy = 10 \cdots \textcircled{㉢}$   
 $\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢}$ 하면  $3(xy + yz + zx) = 33$   
 $xy + yz + zx = 11 \quad \cdots \textcircled{㉣}$   
 $\textcircled{㉠} - \textcircled{㉣}$ 하면  $yz - zx = -3 \quad \cdots \textcircled{㉤}$   
 $\textcircled{㉡} - \textcircled{㉤}$ 하면  $3zx = 18$   
 $zx = 6 \cdots \textcircled{㉥}$   
 $xy = 2 \cdots \textcircled{㉦}$   
 $yz = 3 \cdots \textcircled{㉧}$   
 $\textcircled{㉥} \times \textcircled{㉦} \times \textcircled{㉧}$ 하면  $(xyz)^2 = 36$   
 $xyz = \pm 6$   
 $\therefore x = \pm 2, y = \pm 1, z = \pm 3$  (복호동순이 아님)  
 $\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 4 + 1 + 9 = 14$

24. 넓이가 30 이고, 둘레의 길이가 30 인 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설



$$\frac{1}{2}ab = 30, ab = 60$$

$$a + b + c = 30, a + b = 30 - c$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (a + b)^2 - 2ab = c^2$$

$$(30 - c)^2 - 2 \cdot 60 = c^2$$

$$c^2 - 60c + 900 - 120 = c^2$$

$$60c = 780, \therefore c = 13$$



25. 방정식  $x^2 - 2xy + y^2 + |x + y - 2| = 0$ 을 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $xy$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

주어진 방정식을 정리하면  $(x - y)^2 + |x + y - 2| = 0$   
이 때,  $(x - y)^2 \geq 0$ ,  $|x + y - 2| \geq 0$ 이므로  
㉠이 성립하려면  $x - y = 0$ ,  $x + y - 2 = 0$ 이어야 한다.  
두 식을 연립하여 풀면  $x = 1$ ,  $y = 1$   
 $\therefore xy = 1$