

1. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b\end{aligned}$$

2. 다음에 주어진 두 식에 대한 설명으로 틀린 것은?

$$A = a^2b - ab^2$$
$$B = a^3 - ab^2$$

- ① 식 A 의 인수는 7 개이다.
- ② $(a + b)$ 는 식 B 의 인수이다.
- ③ 식 B 의 인수는 7 개이다.
- ④ 식 A 와 식 B 의 공통인 인수는 $(a - b)$ 이다.
- ⑤ ab 는 식 A 의 인수이다.

해설

$A = a^2b - ab^2 = ab(a - b)$
 $B = a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a - b)(a + b)$
식 A 의 인수는 $a, b, (a - b), ab, a(a - b), b(a - b), ab(a - b)$ 이므로 7 개이다.
식 B 의 인수는 $a, (a - b), (a + b), a(a - b), a(a + b), (a - b)(a + b), a(a - b)(a + b)$ 이므로 7 개이다.

3. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

4. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$

④ $10(x - 1) = x^2 + 11$

⑤ $(x - 3)^2 = 4$

해설

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$ 에서 $2(x^2 + 2x + 1) = 0, 2(x + 1)^2 = 0$

$\therefore x = -1$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$ 에서 $(x + 5)^2 = 0$

$\therefore x = -5$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 에서 $(3x - 1)(x - 2) = 0$

$\therefore x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

④ $10(x - 1) = x^2 + 11$ 에서 $x^2 - 10x + 21 = 0, (x - 3)(x - 7) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = 7$

⑤ $(x - 3)^2 = 4$ 에서 $x^2 - 6x + 5 = 0, (x - 1)(x - 5) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

5. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

6. 이차방정식 $2x^2 - ax - 2a = 0$ 의 한 근이 a 일 때, 두 근의 합을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

$x = a$ 를 방정식에 대입하면 $2a^2 - a^2 - 2a = 0$, $a(a - 2) = 0$
 $a > 0$ 이므로 $a = 2$
 $a = 2$ 를 방정식에 대입하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = -1$
따라서 두 근의 합은 1 이다.

7. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 한 근을 a , $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $a^2 - 2b^2 + 2a + 3b$ 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

해설

a 가 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2a^2 + 4a - 7 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a = \frac{7}{2}$$

b 가 $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$4b^2 - 6b - 3 = 0 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 - 2b^2 + 2a + 3b = (a^2 + 2a) - (2b^2 - 3b)$$

$$= \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2$$

8. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.
- ㉡ $a = -4$ 이면 중근 1 을 갖는다.
- ㉢ $a = -5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

- ① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉢

해설

- ㉠ $a = 0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$
따라서 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.
- ㉡ $a = -4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$
따라서 $x = 1$ (중근) 이다.
- ㉢ $a = -5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

9. 이차방정식 $(x-a)^2 = b(b \geq 0)$ 의 해가 $x = 8$ 또는 $x = -2$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라.

① $a = -3, b = -25$

② $a = -3, b = 25$

③ $a = 3, b = -25$

④ $a = 3, b = 25$

⑤ $a = 3, b = 5$

해설

$$x - a = \pm \sqrt{b}$$

$$x = a \pm \sqrt{b}$$

$$a + \sqrt{b} = 8, a - \sqrt{b} = -2$$

두 식을 변끼리 더하면

$$2a = 6, a = 3$$

$$\sqrt{b} = 5, b = 25$$

$$\therefore a = 3, b = 25$$

10. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로

x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

11. $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 을 인수분해하면?

① $(x - y - 3)(x - y + 1)$

② $(x + 2y + 3)(x - y - 1)$

③ $(x - y + 3)(x - y - 1)$

④ $(x - 2y - 3)(x - y - 1)$

⑤ $(x - y + 3)(x - 2y + 1)$

해설

주어진 식을 x 에 관해 정리하면

$$x^2 + (2 - 2y)x + y^2 - 2y - 3$$

$$= x^2 + (2 - 2y)x + (y + 1)(y - 3)$$

$$= \{x - (y + 1)\}\{x - (y - 3)\}$$

$$= (x - y - 1)(x - y + 3)$$

12. $(x + y + 2)^2 - (x - y - 2)^2$ 을 인수분해하면?

① $2x(y + 2)$

② $4x(y - 2)$

③ $x(3y + 2)$

④ $4x(y + 2)$

⑤ $4y(x + 2)$

해설

$x + y + 2 = A$, $x - y - 2 = B$ 라 하면

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

$$= (x + y + 2 + x - y - 2)(x + y + 2 - x + y + 2)$$

$$= 2x(2y + 4) = 4x(y + 2)$$

13. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 된다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c + d = -2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 - 1 + x)(x^2 - 1 - x) \\&= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1) \\a = 1, b = -1, c = -1, d = -1 \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

14. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1 (\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

15. 다음 식 $x^2 + (-2y+3)x - (3y-1)(y+2)$ 를 인수분해하여 나온 일차식을 서로 더하면?

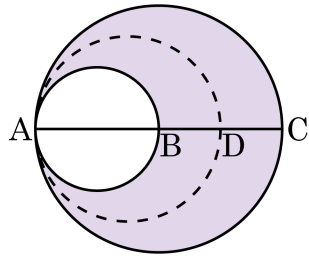
- ① $2x - 2y + 3$ ② $2x - 2y + 1$ ③ $2x - 3y + 3$
④ $2x - y + 3$ ⑤ $x - 2y + 3$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (-2y+3)x - (3y-1)(y+2) \\ &= \{x - (3y-1)\} \{x + (y+2)\} \\ &= (x - 3y + 1)(x + y + 2) \end{aligned}$$

따라서 일차식 인수의 합은 $2x - 2y + 3$

16. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x , y 에 대한 문자로 나타내면?



- ① $2\pi xy$ ② πxy ③ $2\pi x^2 y$
 ④ πxy^2 ⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$\overline{AC} = 2x + y$, $\overline{AB} = 2x - y$
 따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$

17. 다항식 $4x^4 - 5x^2 + 1$ 은 네 개의 일차식의 곱으로 인수 분해된다. 네 개의 일차식의 합은?

① $2x + 1$

② $2x - 1$

③ $6x$

④ $6x + 1$

⑤ $4x - 2$

해설

$$\begin{aligned}(4x^2 - 1)(x^2 - 1) &= (2x + 1)(2x - 1)(x + 1)(x - 1) \\ \therefore (\text{일차식의 합}) &= 2x + 1 + 2x - 1 + x + 1 + x - 1 \\ &= 6x\end{aligned}$$

18. $xy = 3$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은? (단, $x + y > 0$)

- ① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 6 + 2 \times 3 = 12$$

$$x+y > 0 \text{ 이므로 } x+y = 2\sqrt{3}$$

$$(x^2 + y^2)(x+y) = x^3 + y^3 + xy(x+y)$$

$$6 \times 2\sqrt{3} = x^3 + y^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$$

$$x^3 + y^3 = 6\sqrt{3}$$

19. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -3 ⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,
 $x^2 - (4y + 6)x + 3y^2 + 2y - 16$
 $= x^2 - (4y + 6)x + (3y + 8)(y - 2)$
 $= (x - 3y - 8)(x - y + 2)$
 $\therefore a = -3, b = -8, c = -1, d = 2$
 $\therefore -3 - 8 - 1 + 2 = -10$

20. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

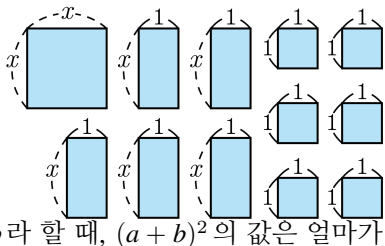
$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2-1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{ \frac{(a+1)(a-1)}{a} \right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

21. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 x , 1인 직사각형 5개, 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다. 이 직사각형의 가로 길이를 a , 세로 길이를 b 라 할 때, $(a+b)^2$ 의 값은 얼마가 되는가?



- ① $x^2 + 5x + 6$ ② $(2a + b)^2$
 ③ $4x^2 + 20x + 25$ ④ $(4a + b)^2$
 ⑤ 25

해설

한 변이 x 인 정사각형 한 개의 넓이: x^2
 세로, 가로가 각각 x , 1인 직사각형 5개의 넓이: $5x$
 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개의 넓이: 6
 따라서 직사각형의 넓이는
 $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ 이다.
 가로 길이를 $x + 3 = a$, 세로 길이를 $x + 2 = b$ 라 하면
 $(a + b)^2 = (x + 3 + x + 2)^2$
 $= (2x + 5)^2$
 $= 4x^2 + 20x + 25$

22. $2\sqrt{27} - \frac{6}{\sqrt{3}-1} + \frac{8}{\sqrt{8}} - 3\sqrt{12}$ 를 간단히 하면?

① $2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

② $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} - 3$

④ $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 3$

⑤ $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 3$

해설

$$6\sqrt{3} - \frac{6(\sqrt{3}+1)}{2} + 2\sqrt{2} - 6\sqrt{3} = -3\sqrt{3} - 3 + 2\sqrt{2}$$

23. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

① -11

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$