1. 두 수 a, b 가 $a+b<0$, $ab<0$, $|a|<|b|$를 만족할 때, $\sqrt{9a^2}+\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a+b$ ② $-5a-b$ ③ $-5a+b$

④ $5a+b$ ⑤ $5a-b$

해설

$a>0,\ b<0$이므로

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= |3a|+|-b|+|-2a|-|2b| \\
&= 3a-b+2a+2b \\
&= 5a+b
\end{aligned}
$$

2. 다음에 주어진 두 식에 대한 설명으로 <u>틀린</u> 것은?

$$\mathrm{A} = a^2b - ab^2$$
$$\mathrm{B} = a^3 - ab^2$$

① 식 A 의 인수는 7 개이다.

② $(a+b)$ 는 식 B 의 인수이다.

③ 식 B 의 인수는 7 개이다.

④ 식 A 와 식 B 의 공통인 인수는 $(a-b)$ 이다.

⑤ ab 는 식 A 의 인수이다.

해설

$\mathrm{A} = a^2b - ab^2 = ab(a-b)$

$\mathrm{B} = a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a-b)(a+b)$

식 A 의 인수는 a, b, $(a-b)$, ab, $a(a-b)$, $b(a-b)$, $ab(a-b)$ 이므로 7 개이다.

식 B 의 인수는 a, $(a-b)$, $(a+b)$, $a(a-b)$, $a(a+b)$, $(a-b)(a+b)$, $a(a-b)(a+b)$ 이므로 7 개이다.

3. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2 ② 13 cm^2 ③ 25 cm^2

④ 49 cm^2 ⑤ 91 cm^2

해설

$4a + 4b = 52$ 이므로 $a + b = 13$

$a^2 + b^2 = 109$

$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$

$109 = 169 - 2ab$

$\therefore ab = 30$

$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$

$a - b > 0,\ a - b = 7$

$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$

4. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

① $2x^2+4x+2=0$
② $x^2+10x+25=0$
③ $3x^2-7x+2=0$
④ $10(x-1)=x^2+11$
⑤ $(x-3)^2=4$

해설

① $2x^2+4x+2=0$ 에서 $2(x^2+2x+1)=0, 2(x+1)^2=0$
$\therefore x=-1$
② $x^2+10x+25=0$ 에서 $(x+5)^2=0$
$\therefore x=-5$
③ $3x^2-7x+2=0$ 에서 $(3x-1)(x-2)=0$
$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$
④ $10(x-1)=x^2+11$ 에서 $x^2-10x+21=0, (x-3)(x-7)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=7$
⑤ $(x-3)^2=4$ 에서 $x^2-6x+5=0, (x-1)(x-5)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=5$

5. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2-(m^2+2m-2)x+21=0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x=3$ 을 대입하면

$9(m-1)-3(m^2+2m-2)+21=0$

$m^2-m-6=0,\ (m-3)(m+2)=0$

$\therefore\ m=3$ 또는 $m=-2$

i) $m=-2$ 이면 $-3x^2+2x+21=0$

$3x^2-2x-21=0,\ (3x+7)(x-3)=0$

$x=-\frac{7}{3}$ 또는 $x=3$ (한 근이 음수이므로 부적합)

ii) $m=3$ 이면 $2x^2-13x+21=0$

$(x-3)(2x-7)=0$

$x=3$ 또는 $x=\frac{7}{2}$ (두 근이 모두 양수이므로 적합)

따라서 $m=3$, 나머지 한 근은 $x=\frac{7}{2}$

$\therefore\ m+x=3+\frac{7}{2}=\frac{13}{2}$

6. 이차방정식 $2x^2 - ax - 2a = 0$ 의 한 근이 a 일 때, 두 근의 합을 구하면? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

$x = a$ 를 방정식에 대입하면 $2a^2 - a^2 - 2a = 0$, $a(a-2) = 0$
$a > 0$이므로 $a = 2$
$a = 2$ 를 방정식에 대입하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$, $(x-2)(x+1) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = -1$
따라서 두 근의 합은 1이다.

7. 이차방정식 $2x^2+4x-7=0$ 의 한 근을 a , $4x^2-6x-3=0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $a^2-2b^2+2a+3b$ 의 값은?

① 0　② -1　③ 1　④ -2　⑤ 2

해설

a 가 $2x^2+4x-7=0$ 의 근이므로 대입하면

$2a^2+4a-7=0 \Leftrightarrow a^2+2a=\dfrac{7}{2}$

b 가 $4x^2-6x-3=0$ 의 근이므로 대입하면

$4b^2-6b-3=0 \Leftrightarrow 2b^2-3b=\dfrac{3}{2}$

$$\therefore\ a^2-2b^2+2a+3b=(a^2+2a)-(2b^2-3b)$$
$$=\frac{7}{2}-\frac{3}{2}=2$$

8. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a=0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.

㉡ $a=-4$ 이면 중근 1 을 갖는다.

㉢ $a=-5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $a=0$ 이면 $(x-1)^2=4$, $x-1=\pm 2$
따라서 $x=3$ 또는 $x=-1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.
㉡ $a=-4$ 이면 $(x-1)^2=0$
따라서 $x=1$ (중근) 이다.
㉢ $a=-5$ 이면 $(x-1)^2=-1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

9. 이차방정식 $(x-a)^2 = b(b \geq 0)$ 의 해가 $x=8$ 또는 $x=-2$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라.

① $a=-3, b=-25$

② $a=-3,\ b=25$

③ $a=3,\ b=-25$

④ $a=3,\ b=25$

⑤ $a=3,\ b=5$

해설

$x-a=\pm\sqrt{b}$

$x=a\pm\sqrt{b}$

$a+\sqrt{b}=8$, $a-\sqrt{b}=-2$

두 식을 변끼리 더하면

$2a=6$, $a=3$

$\sqrt{b}=5$, $b=25$

$\therefore a=3,\ b=25$

10. 이차방정식 $(x-1)(x-b)=-1$이 0이 아닌 중근 a를 가진다. 이때, b의 값은? (단, a, b는 정수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b)=-1$이 중근 a를 가지므로

x에 a를 대입하면

$(a-1)(a-b)=-1$

i) $a-1=-1$, $a-b=1$인 경우

$a=0$, $b=-1$, $a\neq0$이므로 부적합

ii) $a-1=1$, $a-b=-1$인 경우

$a=2$, $b=3$

$\therefore\ b=3$

11. $x^2-2xy+y^2+2x-2y-3$을 인수분해하면?

① $(x-y-3)(x-y+1)$

② $(x+2y+3)(x-y-1)$

③ $(x-y+3)(x-y-1)$

④ $(x-2y-3)(x-y-1)$

⑤ $(x-y+3)(x-2y+1)$

해설

주어진 식을 x에 관해 정리하면

$x^2+(2-2y)x+y^2-2y-3$

$=x^2+(2-2y)x+(y+1)(y-3)$

$=\{x-(y+1)\}\{x-(y-3)\}$

$=(x-y-1)(x-y+3)$

12. $(x+y+2)^2-(x-y-2)^2$ 을 인수분해하면?

① $2x(y+2)$ ② $4x(y-2)$ ③ $x(3y+2)$

④ $4x(y+2)$ ⑤ $4y(x+2)$

해설

$x+y+2=A,\ x-y-2=B$라 하면

$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=(x+y+2+x-y-2)(x+y+2-x+y+2)$

$=2x(2y+4)=4x(y+2)$

13. x^4-3x^2+1을 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$가 된다. 이때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c+d=-2$

해설

$$\begin{aligned} x^4-3x^2+1 &= x^4-2x^2+1-x^2 \\ &= (x^2-1)^2-x^2 \\ &= (x^2-1+x)(x^2-1-x) \\ &= (x^2+x-1)(x^2-x-1) \end{aligned}$$

$a=1,\ b=-1,\ c=-1,\ d=-1$

$\therefore a+b+c+d=-2$

14. 넓이가 각각 $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

① 4　② 8　③ 14　④ $4\sqrt{3}$　⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$x^2=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$, $y^2=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

$(xy)^2=x^2y^2=2^2-(\sqrt{3})^2=1$

$xy=1(\because\ x>0, y>0)$

따라서, $x^3y+xy^3=xy(x^2+y^2)=1\times4=4$ 이다.

15. 다음 식 $x^2+(-2y+3)x-(3y-1)(y+2)$를 인수분해하여 나온 일차식을 서로 더하면?

① $2x-2y+3$ ② $2x-2y+1$ ③ $2x-3y+3$

④ $2x-y+3$ ⑤ $x-2y+3$

해설

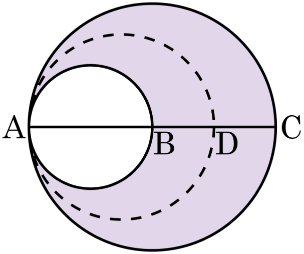
$x^2+(-2y+3)x-(3y-1)(y+2)$

$=\{x-(3y-1)\}\{x+(y+2)\}$

$=(x-3y+1)(x+y+2)$

따라서 일차식 인수의 합은 $2x-2y+3$

16. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



① $2\pi xy$ ② πxy ③ $2\pi x^2 y$

④ πxy^2 ⑤ $\pi\left(2x^2+y\right)$

해설

$\overline{AC} = 2x + y,\quad \overline{AB} = 2x - y$

따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi\left(\frac{2x+y}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{2x-y}{2}\right)^2 = 2\pi xy$

17. 다항식 $4x^4 - 5x^2 + 1$은 네 개의 일차식의 곱으로 인수 분해된다. 네 개의 일차식의 합은?

① $2x+1$ ② $2x-1$ ③ $6x$

④ $6x+1$ ⑤ $4x-2$

해설

$(4x^2-1)(x^2-1) = (2x+1)(2x-1)(x+1)(x-1)$

$\therefore$ (일차식의 합) $= 2x+1+2x-1+x+1+x-1$

$= 6x$

18. $xy=3$, $x^2+y^2=6$ 일 때, x^3+y^3 의 값은? (단, $x+y>0$)

① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy=6+2\times3=12$

$x+y>0$ 이므로 $x+y=2\sqrt{3}$

$(x^2+y^2)(x+y)=x^3+y^3+xy(x+y)$

$6\times2\sqrt{3}=x^3+y^3+3\times2\sqrt{3}$

$x^3+y^3=6\sqrt{3}$

19. $x^2-4xy+3y^2-6x+2y-16$ 을 인수분해 하였더니 $(x+ay+b)(x+cy+d)$ 가 되었다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -3 ⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,

$x^2-(4y+6)x+3y^2+2y-16$

$=x^2-(4y+6)x+(3y+8)(y-2)$

$=(x-3y-8)(x-y+2)$

$\therefore\ a=-3,\ b=-8,\ c=-1,\ d=2$

$\therefore\ -3-8-1+2=-10$

20. $(x-1)^2+\dfrac{1}{(x-1)^2}-2$ 를 인수분해하면?

① $\dfrac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$ ② $\dfrac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ③ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\dfrac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ⑤ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

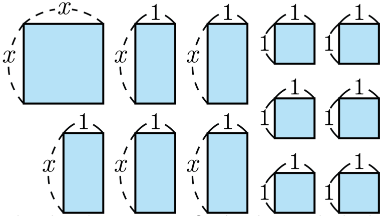
$$(x-1)^2+\frac{1}{(x-1)^2}-2$$

$$=a^2+\frac{1}{a^2}-2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(\frac{a^2-1}{a}\right)^2$$

$$=\left\{\frac{(a+1)(a-1)}{a}\right\}^2$$

$$=\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

21. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 x, 1인 직사각형 5개, 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다. 이 직사각형의 가로의 길이를 a, 세로의 길이를 b라 할 때, $(a+b)^2$의 값은 얼마가 되는가?



① x^2+5x+6

② $(2a+b)^2$

③ $4x^2+20x+25$

④ $(4a+b)^2$

⑤ 25

해설

한 변이 x인 정사각형 한 개의 넓이 : x^2

세로, 가로가 각각 x, 1인 직사각형 5개의 넓이 : $5x$

한 변의 길이가 1인 정사각형 6개의 넓이 : 6

따라서 직사각형의 넓이는

$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$이다.

가로 길이를 $x+3=a$, 세로 길이를 $x+2=b$라 하면

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (x+3+x+2)^2\\ &= (2x+5)^2\\ &= 4x^2+20x+25\end{aligned}$$

22. $2\sqrt{27}-\dfrac{6}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{8}{\sqrt{8}}-3\sqrt{12}$를 간단히 하면?

① $2\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

② $2\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{2}-3\sqrt{3}-3$

④ $2\sqrt{2}+3\sqrt{3}+3$

⑤ $2\sqrt{2}+3\sqrt{3}-3$

해설

$$6\sqrt{3}-\frac{6(\sqrt{3}+1)}{2}+2\sqrt{2}-6\sqrt{3}=-3\sqrt{3}-3+2\sqrt{2}$$

23. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225}-\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{(-3)^2\times 2^4}-\sqrt{5^2}-\left(-\sqrt{3}\right)^2$$

① -11　② 7　③ 10　④ 13　⑤ 19

해설

$$\sqrt{225}-\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{(-3)^2\times 2^4}-\sqrt{5^2}-\left(-\sqrt{3}\right)^2$$

$$=15-6+\sqrt{(3\times 2^2)^2}-5-3$$

$$=9+12-8=13$$