1. 두 수 a, b 가 $a+b<0$, $ab<0$, $|a|<|b|$를 만족할 때, $\sqrt{9a^2}+\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a+b$ ② $-5a-b$ ③ $-5a+b$

④ $5a+b$ ⑤ $5a-b$

해설

$a>0,\ b<0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a|+|-b|+|-2a|-|2b| \\ &= 3a-b+2a+2b \\ &= 5a+b\end{aligned}$$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$ 사이의 실수는 무수히 많다.
② $\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 2개이다.
③ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$ 사이의 유리수는 유한개이다.
④ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$ 사이의 무리수 x는 무수히 많다.
⑤ $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{10}}{2}$는 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수이다.

해설
$\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$의 2개이고, 유리수와 무리수는 무수히 많다.

3. 다음에 주어진 두 식에 대한 설명으로 틀린 것은?

$\mathrm{A} = a^2b - ab^2$
$\mathrm{B} = a^3 - ab^2$

① 식 A 의 인수는 7 개이다.

② $(a+b)$ 는 식 B 의 인수이다.

③ 식 B 의 인수는 7 개이다.

④ 식 A 와 식 B 의 공통인 인수는 $(a-b)$ 이다.

⑤ ab 는 식 A 의 인수이다.

해설

$\mathrm{A} = a^2b - ab^2 = ab(a-b)$
$\mathrm{B} = a^3 - ab^2 = a(a^2-b^2) = a(a-b)(a+b)$
식 A 의 인수는 $a,\ b,\ (a-b),\ ab,\ a(a-b),\ b(a-b),\ ab(a-b)$ 이므로 7 개이다.
식 B의 인수는 a, $(a-b)$, $(a+b)$, $a(a-b)$, $a(a+b)$, $(a-b)(a+b)$, $a(a-b)(a+b)$ 이므로 7 개이다.

4. 부등식 $2x+5 \le x+6$ 의 자연수의 해가 중근을 갖는 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 해 일 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x+5 \le x+6$, $x \le 1$
이를 만족하는 자연수는 1 뿐이다.
따라서 $x=1$ 이 주어진 이차방정식의 중근이므로
$x^2+ax+b=0 \leftrightarrow (x-1)^2 = x^2-2x+1=0$
$\therefore a=-2,\ b=1$

5. 다음 중 이차방정식과 해가 알맞게 짝지어진 것은?

① $(x-3)^2 = 2 \rightarrow x = -3 \pm \sqrt{2}$

② $2(x+1)^2 = 6 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$

③ $x^2 + 2x = 1 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$

④ $x^2 + 4 = -6x \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{3}$

⑤ $x^2 + 8x + 5 = 0 \rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

① $x = 3 \pm \sqrt{2}$

③ $(x+1)^2 = 2, x = -1 \pm \sqrt{2}$

④ $(x+3)^2 = 5, x = -3 \pm \sqrt{5}$

⑤ $(x+4)^2 = 11, x = -4 \pm \sqrt{11}$

6. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2-(m^2+2m-2)x+21=0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

① $\frac{13}{2}$　② $\frac{15}{2}$　③ $\frac{17}{2}$　④ $\frac{19}{2}$　⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x=3$ 을 대입하면

$9(m-1)-3(m^2+2m-2)+21=0$

$m^2-m-6=0,\ (m-3)(m+2)=0$

$\therefore\ m=3$ 또는 $m=-2$

i) $m=-2$ 이면 $-3x^2+2x+21=0$

$3x^2-2x-21=0,\ (3x+7)(x-3)=0$

$x=-\frac{7}{3}$ 또는 $x=3$ (한 근이 음수이므로 부적합)

ii) $m=3$ 이면 $2x^2-13x+21=0$

$(x-3)(2x-7)=0$

$x=3$ 또는 $x=\frac{7}{2}$ (두 근이 모두 양수이므로 적합)

따라서 $m=3$, 나머지 한 근은 $x=\frac{7}{2}$

$\therefore\ m+x=3+\frac{7}{2}=\frac{13}{2}$

7. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 한 근을 a , $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $a^2 - 2b^2 + 2a + 3b$ 의 값은?

① 0 ② −1 ③ 1 ④ −2 ⑤ 2

해설

a 가 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$2a^2 + 4a - 7 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a = \frac{7}{2}$

b 가 $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$4b^2 - 6b - 3 = 0 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = \frac{3}{2}$

$\therefore\ a^2 - 2b^2 + 2a + 3b = (a^2 + 2a) - (2b^2 - 3b)$

$= \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2$

8. $x^2+ax+b=0$ 에서 계수 a , b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2+ax+b=0$이 완전제곱식이 되어야 하므로 $\left(a\times\frac{1}{2}\right)^2=b$이다.

$a^2=4b$를 만족하는 $(a,\ b)$를 구하면 $(a,\ b)=(2,\ 1),\ (4,\ 4)$의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 이다.

9. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a=0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.

㉡ $a=-4$ 이면 중근 1 을 갖는다.

㉢ $a=-5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $a=0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$
따라서 $x=3$ 또는 $x=-1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.
㉡ $a=-4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$
따라서 $x=1$ (중근) 이다.
㉢ $a=-5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

10. x^4-3x^2+1을 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$가 된다. 이때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c+d=-2$

해설

$$\begin{aligned}x^4-3x^2+1&=x^4-2x^2+1-x^2\\&=(x^2-1)^2-x^2\\&=(x^2-1+x)(x^2-1-x)\\&=(x^2+x-1)(x^2-x-1)\end{aligned}$$

$a=1,\ b=-1,\ c=-1,\ d=-1$

$\therefore a+b+c+d=-2$

11. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

① 4　　② 8　　③ 14　　④ $4\sqrt{3}$　　⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$x^2=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$, $y^2=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

$(xy)^2=x^2y^2=2^2-(\sqrt{3})^2=1$

$xy=1(\because\ x>0, y>0)$

따라서, $x^3y+xy^3=xy(x^2+y^2)=1\times4=4$ 이다.

12. $75x^2-12y^2=a(bx+cy)(bx-cy)$ 일 때, 자연수 a , b , c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 26 ⑤ 28

해설

$75x^2-12y^2=3(25x^2-4y^2)=3(5x+2y)(5x-2y)$

$\therefore a=3,\ b=5, c=2$

$\therefore a+b+c=10$

13. $(x-1)^2+\dfrac{1}{(x-1)^2}-2$ 를 인수분해하면?

① $\dfrac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$ ② $\dfrac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ③ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$
④ $\dfrac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ⑤ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

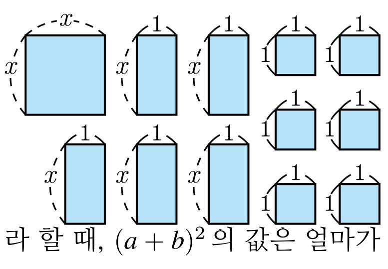
$(x-1)^2+\dfrac{1}{(x-1)^2}-2$

$=a^2+\dfrac{1}{a^2}-2=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(\dfrac{a^2-1}{a}\right)^2$

$=\left\{\dfrac{(a+1)(a-1)}{a}\right\}^2$

$=\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

14. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 x, 1인 직사각형 5개, 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다. 이 직사각형의 가로의 길이를 a, 세로의 길이를 b라 할 때, $(a+b)^2$의 값은 얼마가 되는가?



① x^2+5x+6 ② $(2a+b)^2$

③ $4x^2+20x+25$ ④ $(4a+b)^2$

⑤ 25

해설

한 변이 x인 정사각형 한 개의 넓이 : x^2
세로, 가로가 각각 x, 1인 직사각형 5개의 넓이 : $5x$
한 변의 길이가 1인 정사각형 6개의 넓이 : 6
따라서 직사각형의 넓이는
$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$이다.
가로 길이를 $x+3=a$, 세로 길이를 $x+2=b$라 하면

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (x+3+x+2)^2\\ &= (2x+5)^2\\ &= 4x^2+20x+25\end{aligned}$$

15. 다음 중 $3x+2$ 를 인수로 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $3x^2+5x+2$ ② $3x^2-13x-10$

③ $3x^2+2x$ ④ $6x^2+2x-4$

⑤ $-12x^2-11x-2$

해설

① $(3x+2)(x+1)$
② $(3x+2)(x-5)$
③ $x(3x+2)$
④ $2(3x-2)(x+1)$
⑤ $-(3x+2)(4x+1)$

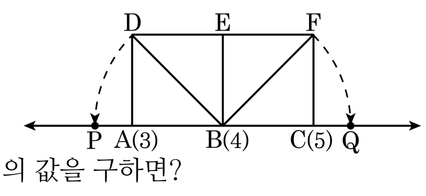
16. 길이가 $52\,\mathrm{cm}$ 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 $a\,\mathrm{cm}$ 와 $b\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 $109\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① $7\,\mathrm{cm}^2$ ② $13\,\mathrm{cm}^2$ ③ $25\,\mathrm{cm}^2$
④ $49\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $91\,\mathrm{cm}^2$

해설

$4a + 4b = 52$ 이므로 $a + b = 13$
$a^2 + b^2 = 109$
$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$
$109 = 169 - 2ab$
$\therefore ab = 30$
$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$
$a - b > 0,\ a - b = 7$
$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$

17. 다음 그림과 같은 정사각형 ABED, BCFE 에서 $\overline{BD} = \overline{BP}$, $\overline{BF} = \overline{BQ}$ 인 점 P, Q 를 수직선 위에 잡을 때, 점 P(a), Q(b) 에 대하여, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하면?



① $16\sqrt{2}$ ② $-16\sqrt{2}$ ③ $20 + 16\sqrt{2}$

④ $20 - 16\sqrt{2}$ ⑤ $-20 - 16\sqrt{2}$

해설

$a = 4 - \sqrt{2},\ b = 4 + \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= 8 \times (-2\sqrt{2}) \\ &= -16\sqrt{2} \end{aligned}$$

18. 두 실수 a, b 에 대하여 $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - |b| + \sqrt{(a-b)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0　　② $2a$　　③ $2b$

④ $a - b$　　⑤ $2a - 2b$

해설

$a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$

$a > 0,\ b < 0$ 이므로 $\sqrt{(a-b)^2} = a - b$

$\therefore$ (준식) $= a + b + a - b = 2a$

19. $\sqrt{6} < x < \sqrt{19}$ 를 만족시키는 정수 x 를 모두 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

양변을 제곱하면

$6 < x^2 < 19$

그 중 제곱수는 9, 16 이므로

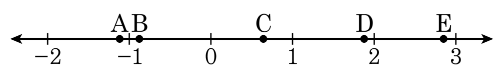
$x^2 = 9$

$\therefore x = 3$

$x^2 = 16$

$\therefore x = 4$

20. 다음 수직선 위의 점 중에서 $-\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은?



① A　　② B　　③ C　　④ D　　⑤ E

해설

$-\sqrt{25} < -\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ 에서

$-5 < -\sqrt{17} < -4$ 이므로 $1 < -\sqrt{17}+6 < 2$ 이다.

$\therefore -\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은 점 D 이다.

21. $(-\sqrt{2})^2 \times \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2$ 을 계산하면?

① 3　② -3　③ 9　④ -9　⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$2 \times \frac{3}{2} = 3$

22. $\sqrt{99}\sqrt{715}=A\sqrt{65}$, $6\sqrt{5}=\sqrt{B}$ 일 때, $B-A$ 의 값을 구하면?

① 144 ② 145 ③ 146 ④ 147 ⑤ 148

해설

$\sqrt{99}\sqrt{715}=\sqrt{3^2\times 11}\sqrt{5\times 11\times 13}$
$=\sqrt{3^2\times 5\times 11^2\times 13}=33\sqrt{65}$

$\therefore A=33$

$6\sqrt{5}=\sqrt{6^2\times 5}=\sqrt{180}$

$\therefore B=180$

$\therefore B-A=180-33=147$

23. $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 2 개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수 A 는 모두 몇 개인가?

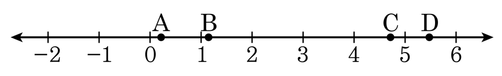
① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 11 개 ⑤ 12 개

해설

$\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 가 2 개가 되려면 $4 < \sqrt{A} \leq 5$ 여야 하므로 $16 < A \leq 25$

$A = 17,\ 18\ \cdots\ 23,\ 24,\ 25$ 이므로 9 개이다.

24. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2, 3\sqrt{2}-4, 4-2\sqrt{2}, 3+\sqrt{3}$이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d라 할 때, 다음 중 <u>틀린</u> 것은?



① $a+b=\sqrt{2}$

② $c+d=3\sqrt{3}+5$

③ $3(a+b)>c+d$

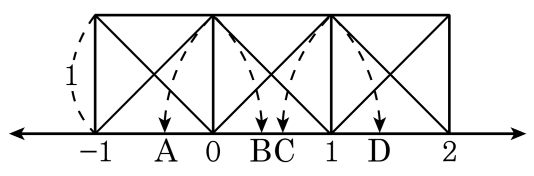
④ $b-a>0$

⑤ $c-d<0$

해설

$\sqrt{12}+2=5.\times\times\times \leftarrow d$
$3\sqrt{2}-4=0.\times\times\times \leftarrow a$
$4-2\sqrt{2}=1.\times\times\times \leftarrow b$
$3+\sqrt{3}=4.\times\times\times \leftarrow c$
③ $a+b=\sqrt{2} \rightarrow 3(a+b)=3\sqrt{2}$
$c+d=3\sqrt{3}+5$
$\therefore 3(a+b)-(c+d)=3\sqrt{2}-(3\sqrt{3}+5)$
$=\sqrt{18}-\sqrt{27}-5<0$
$\therefore 3(a+b)<c+d$

25. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1+\sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?



① A ② B ③ C

④ D ⑤ 알 수 없다.

해설

B : $-1+\sqrt{2}$

26. 다음 중 옳은 것은?

① 무한소수는 무리수이다.

② 유리수는 유한소수이다.

③ 순환소수는 유리수이다.

④ 유리수가 되는 무리수도 있다.

⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

27. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a+2b$ ② $-2a-2b$ ③ $-2a+2b$

④ $-2a$ ⑤ $4a-2b$

해설

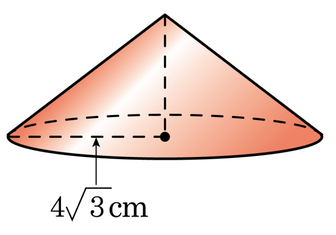
$a < 0$, $b > 0$ 이므로 $2a-b < 0$, $b-a > 0$

$\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$

$= |2a-b| + |a| - |b-a|$

$= -2a+b-a-b+a = -2a$

28. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 부피가 $32\sqrt{7}\pi\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 높이를 구하면?



① $\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$　② $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　③ $2\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$
④ $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　⑤ $3\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$

해설

(원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times$ (밑넓이) $\times$ (높이)

$$32\sqrt{7}\pi = \frac{1}{3} \times \pi(4\sqrt{3})^2 \times h$$
$$= 16\pi \times h$$

$\therefore\ h = 2\sqrt{7}$

29. $\sqrt{\frac{180}{a}}$ 가 자연수가 되게 하는 정수 a 는 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\sqrt{\frac{180}{a}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^2\times5}{a}}$

$a=5,\ 5\times2^2,\ 5\times3^2,\ 5\times2^2\times3^2$ 이므로 4 개이다.

30. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(39)+f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40}-1$　② $\sqrt{40}+1$　③ $\sqrt{41}-1$

④ $\sqrt{41}+1$　⑤ $\sqrt{41}-\sqrt{40}$

해설

$f(1) = \sqrt{2}-1 = -1+\sqrt{2}$

$f(2) = \sqrt{3}-\sqrt{2} = -\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$f(3) = \sqrt{4}-\sqrt{3} = -\sqrt{3}+\sqrt{4}\cdots$

$f(39) = \sqrt{40}-\sqrt{39} = -\sqrt{39}+\sqrt{40}$

$f(40) = \sqrt{41}-\sqrt{40} = -\sqrt{40}+\sqrt{41}$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(39)+f(40)$

$= (-1+\sqrt{2})+(-\sqrt{2}+\sqrt{3})+(-\sqrt{3}+\sqrt{4})+\cdots+(-\sqrt{39}+\sqrt{40})+(-\sqrt{40}+\sqrt{41}) = -1+\sqrt{41}$