

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

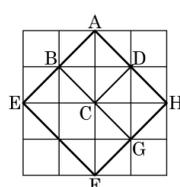
- ① $\sqrt{16} = \pm\sqrt{4}$
- ② $\sqrt{81}$ 의 제곱근은 ± 3 이다.
- ③ 9의 제곱근은 3이다.
- ④ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$
- ⑤ 모든 양수의 제곱근은 2개이다.

해설

- ① $\sqrt{16} = 4$
- ③ 9의 제곱근은 ± 3

2. 다음 그림에서 AEFH의 넓이가 8일 때, \overline{AH} 는?

- ① 8 ② $\sqrt{8}$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{5}$



해설

넓이가 8 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{8}$ 이다.

3. 다음 부등식을 만족하는 자연수 x 는 몇 개인가?

$$-4 < -\sqrt{x} \leq -1$$

- ① 12개 ② 13개 ③ 14개 ④ 15개 ⑤ 16개

해설

$$1 \leq \sqrt{x} < 4$$

$$1^2 \leq (\sqrt{x})^2 < 4^2 \text{ 이므로}$$

$$1 \leq x < 16$$

x 는 1 부터 15 까지의 자연수로 15개이다.

4. 다음 수들을 소수로 나타내었을 때, 순환하지 않는 무한소수가 되는 것의 개수를 구하여라.

$$\frac{1}{100}, \pi, \sqrt{25} - \sqrt{3}, \sqrt{3}, -\sqrt{2}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

순환하지 않는 무한소수 : 무리수

$\frac{1}{100}$: 유리수, π : 무리수

$\sqrt{25} - \sqrt{3} = 5 - \sqrt{3}$: 무리수

$\sqrt{3}$: 무리수

$-\sqrt{2}$: 무리수

5. 다음에 주어진 두 수의 대소가 옳은 것은?

① $-\sqrt{3} - \sqrt{10} < -\sqrt{10} - 3$ ② $2 - \sqrt{7} > \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{8} < -3$ ④ $\sqrt{0.1} > \sqrt{0.3}$

⑤ $-3\sqrt{2} > -2\sqrt{3}$

해설

① $-\sqrt{3} - \sqrt{10} - (-\sqrt{10} - 3)$
 $= -\sqrt{3} + 3 = \sqrt{9} - \sqrt{3} > 0$
 $\therefore -\sqrt{3} - \sqrt{10} > -\sqrt{10} - 3$

② $2 - \sqrt{7} - (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 2 - \sqrt{3} > 0$

③ $-\sqrt{8} > -\sqrt{9}$
 $\therefore -\sqrt{8} > -3$

④ $\sqrt{0.1} < \sqrt{0.3}$

⑤ $-3\sqrt{2} = -\sqrt{18}$, $-2\sqrt{3} = -\sqrt{12}$
 $\therefore -3\sqrt{2} < -2\sqrt{3}$

6. $\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{2}} = a\sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \sqrt{16 \times 2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= -\frac{3\sqrt{2}}{2} \\ \therefore a &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

7. $Ax^2 - 4xy - 10y^2 = (3x + By)(2x + 2y)$ 일 때, AB 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $AB = -30$

해설

$$\begin{aligned}(3x + By)(2x + 2y) &= 6x^2 + 6xy + 2Bxy + 2By^2 \\ &= Ax^2 - 4xy - 10y^2\end{aligned}$$

$$\therefore A = 6, 6 + 2B = -4, B = -5$$

$$\therefore AB = -30$$

8. 이차방정식 $(x-1)^2 = x-3$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a-b+c$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

주어진 식을 전개하고 정리하면

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -3, c = 4$$

$$\therefore a - b + c = 8$$

9. 다음 중 항상 $ab = 0$ 이 되지 않는 것은?

- ① $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ ② $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$
③ $a \neq 0$ 이고 $b = 0$ ④ $a = 0$ 이고 $b \neq 0$
⑤ $a = 0$ 이고 $b = 0$

해설

$ab = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0$
즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0 이다.
②에서 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 a, b 모두 0 이 아니므로 $ab \neq 0$ 이다.

10. 이차방정식 $ax^2 + x + 2a = 0$ 의 한 근이 2 이다. 다른 한 근을 b 라 할 때, ab 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{3}$

해설

$ax^2 + x + 2a = 0$ 에 $x = 2$ 대입

$$4a + 2 + 2a = 0, a = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{2}{3} = 0$$

각 항에 -3 을 곱하면

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$x = 2$ 또는 $x = 1$ (다른 한 근)

$$b = 1, ab = -\frac{1}{3} \times 1 = -\frac{1}{3}$$

11. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$\sqrt{5}$, $-\sqrt{3}$, 3, 1, $-\sqrt{5}$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

3, $\sqrt{5}$, 1, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 1이다.

12. $\sqrt{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5} &= \sqrt{20} > \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ 이므로} \\ \sqrt{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2} \\ &= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

13. 다음에 주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 해당하는 것은?

- ① $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ ② $-\sqrt{5}$ ③ -2
④ $\sqrt{5} + 1$ ⑤ $-2 - \sqrt{5}$

해설

양수는 음수보다 크므로 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 비교한다.

i) $-\sqrt{5} - (-2) = -\sqrt{5} + \sqrt{4} < 0$
 $\therefore -\sqrt{5} < -2$

ii) $-\sqrt{5} - (-2 - \sqrt{5}) = 2 > 0$
 $\therefore -\sqrt{5} > -2 - \sqrt{5}$

iii) $\sqrt{5} + \sqrt{2} - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{2} - 1 > 0$
 $\therefore \sqrt{5} + \sqrt{2} > \sqrt{5} + 1$

따라서 주어진 수의 순서는

$$-2 - \sqrt{5} < -\sqrt{5} < -2 < \sqrt{5} + 1 < \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

14. $\sqrt{6} \times \sqrt{40} \div \sqrt{96} \times \sqrt{150} = 5\sqrt{a}$ 일 때, a 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 15$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{6 \times 40 \times \frac{1}{96} \times 150} \\ &= \sqrt{5 \times 5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{15}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 15$$

15. $\frac{a}{b} = \frac{d}{c} = \frac{c}{d}$ 이고 $b = \sqrt{3}$, $c = \sqrt{5}$ 일 때, $(a-b)(c+d)$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $d > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\frac{d}{c} = \frac{c}{d} \text{에서 } \frac{d}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{d} \text{이면 } d = \sqrt{5}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c} \text{에서 } \frac{a}{\sqrt{3}} = 1 \text{이면 } a = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore (a-b)(c+d) &= (\sqrt{3} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{5}) \\ &= 0(\sqrt{5} + \sqrt{5}) = 0 \end{aligned}$$

16. 다음 세 수 A, B, C 의 대소 관계를 구하려고 한다. 다음 중 대소 관계를 나타낸 것으로 틀린 것을 모두 고르면?

$$A = \sqrt{5} + \sqrt{3}, B = \sqrt{5} + 1, C = 3 + \sqrt{3}$$

- ① $A < B$ ② $A > B$ ③ $A < C$
④ $C < B < A$ ⑤ $B < A < C$

해설

$$\begin{aligned} (1) A - B &= (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1) \\ &= \sqrt{3} - 1 > 0 \\ &\therefore A > B \\ (2) A - C &= (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (3 + \sqrt{3}) \\ &= \sqrt{5} - 3 < 0 \\ &\therefore A < C \\ (1), (2) \text{의 결과에 의하여 } B < A < C \end{aligned}$$

17. $(3x+1)(3x-1) - 2(3x-1)^2$ 를 전개하면 $Ax^2 + Bx + C$ 일 때, C 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $C = -3$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (3x-1)(3x+1-6x+2) \\ &= (3x-1)(-3x+3) \\ &= -9x^2 + 9x + 3x - 3 \\ &= -9x^2 + 12x - 3 \\ &= Ax^2 + Bx + C\end{aligned}$$

$$\therefore C = -3$$

18. x 에 대한 이차식 $9x^2 + Ax + B = (ax + a + c - 12)(bx - ac - 1)$ 이 된다고 할 때, 이 식이 완전제곱식이 되는 상수 A, B, a, b, c 에 대하여 $A + B + a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a, b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$9x^2 + Ax + B = (px + q)(px + q)$ 라고 하면

$p = a = b = 3$ ($a, b > 0$)

$3 + c - 12 = -3c - 1$

$c = 2, q = -7$

$\therefore 9x^2 + Ax + B = (3x - 7)^2$

$A = -42$

$B = 49$

$\therefore A + B + a + b + c = -42 + 49 + 3 + 3 + 2$

$= 15$

19. $(a-b)m^2 + (b-a)n^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(a+b)(m+n)(m-n)$ ② $(a-b)(m+n)(m-n)$
③ $(a-b)(m+n)^2$ ④ $(a-b)(m^2+n^2)$
⑤ $(a-b)(m-n)^2$

해설

$$\begin{aligned}(a-b)m^2 + (b-a)n^2 &= (a-b)(m^2 - n^2) \\ &= (a-b)(m+n)(m-n)\end{aligned}$$

20. $xy - x + y - 1 = (x - a)(y + b)$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $b < 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -2$

해설

$$\begin{aligned} y - 1 &= X \text{로 치환하면} \\ xy - x + y - 1 &= xX + X = X(x + 1) \\ &= (x + 1)(y - 1) \\ \therefore a + b &= -2 \end{aligned}$$

21. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 2, x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-1) + (-2) = -3$$

22. $f(x) = x(x-5) + 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$\begin{aligned}x(x-5) + 4 &= 0 \\x^2 - 5x + 4 &= 0 \\(x-1)(x-4) &= 0 \\\therefore x &= 1 \text{ 또는 } x = 4\end{aligned}$$

23. 이차방정식 $4x^2 - 12x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 그 중근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$$4x^2 - 12x + a = 0$$

$$(2x)^2 - 2 \times 2 \times 3x + (-3)^2 = 0$$

$$\therefore a = 9$$

$$(2x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} (\text{중근})$$

24. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b\end{aligned}$$

25. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$$

$$\therefore a = 16, b = 13$$

$$\therefore a - b = 16 - 13 = 3$$

26. $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{9}}$ 를 계산하면?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} = -1 + \sqrt{9} = -1 + 3 = 2$$

27. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2 + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy}} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

- ① $-xy$ ② $2x - xy$ ③ $2x + xy$
④ $2y - xy$ ⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x-y)^2} \\ \sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x+y)^2} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\ &= -xy + x - y + x + y \\ &= 2x - xy\end{aligned}$$

28. $a = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a+b)^2 \\ &= \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{2+\sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

29. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

- ① 삼각형이 될 수 없다. ② 이등변삼각형
③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형 ④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.
따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$
 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

30. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

31. 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 은 \sqrt{n} 의 정수 부분을 나타낼 때, $f(1) + f(3) + f(5) + \dots + f(19)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$$f(1), f(3) = 1$$

$$f(5), f(7) = 2$$

$$f(9), f(11), f(13), f(15) = 3$$

$$f(17), f(19) = 4$$

$$\therefore 1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 2 = 2 + 4 + 12 + 8 = 26$$

32. $f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2}$ 일 때, $f(10) \times f(11) \times f(12) \times \dots \times f(99)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{9}{10}$ ③ $\frac{10}{11}$ ④ $\frac{10}{99}$ ⑤ $\frac{20}{99}$

해설

$$f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2} = \frac{a - 1}{a} \cdot \frac{a + 1}{a} \text{ 이므로}$$

$$f(10) \times f(11) \times f(12) \times \dots \times f(99)$$

$$= \frac{9}{10} \cdot \frac{11}{10} \times \frac{10}{11} \cdot \frac{12}{11} \times \frac{11}{12} \cdot \frac{13}{12} \times \dots \times \frac{98}{99} \cdot \frac{100}{99}$$

$$= \frac{9}{10} \times \frac{100}{99}$$

$$= \frac{10}{11}$$

33. $\frac{x^2-y^2}{xy-y^2} = 3$ 일 때, $x^2-4xy+4y^2-8x+16y-11$ 의 값은? (단, $x \neq y$)

- ① -13 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -11

해설

$$\frac{x^2-y^2}{xy-y^2} = 3 \text{ 에서 } \frac{(x+y)(x-y)}{y(x-y)} = 3,$$

$x \neq y$ 이므로 $x-y \neq 0$

$$\text{따라서, } \frac{x+y}{y} = 3, x = 2y$$

$x = 2y$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11 \\ = 4y^2 - 8y^2 + 4y^2 - 16y + 16y - 11 = -11 \end{aligned}$$