

1. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$6\left(x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}\right) = 0$$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$a = -5, b = 1$$

$$a + b = -5 + 1 = -4$$

2. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, \sqrt{A} 의 값은?

- ① $-3a$ ② $-2a$ ③ a ④ $\sqrt{2a}$ ⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$$

3. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

- ① $-x^2$ ② $-x$ ③ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ④ $-\frac{1}{x}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

4. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

- ① 32 ② 23 ③ 11 ④ 9 ⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{57+x} \text{ 이므로 } x = 23 \text{ 이다.}$$

5. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6 - 4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

6. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}-\frac{9}{\sqrt{3}}\right)$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1,000	1,005	1,010
2	1,414	1,418	1,421
3	1,732	1,735	1,738
4	2	2,002	2,005
5	2,236	2,238	2,241
6	2,449	2,452	2,454
7	2,646	2,648	2,650
8	2,828	2,830	2,832

- ① 1.414 ② -1.732 ③ 1.732
 ④ -2.449 ⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{6} = -2.449$$

7. 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 의 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타낼 때, $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + \dots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

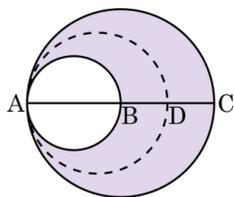
$$f(1), f(2), f(3) = 1$$

$$f(4), f(5), f(6), f(7), f(8) = 2$$

$$f(9), f(10) = 3$$

$$\therefore 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 19$$

8. 다음 그림의 두 원은 \overline{AB} , \overline{AC} 를 지름으로 하는 원이고, D는 \overline{BC} 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, \overline{AD} 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



- ① $2\pi xy$ ② πxy ③ $2\pi x^2 y$
 ④ πxy^2 ⑤ $\pi(2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$

9. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1 = a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2-1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{\frac{(a+1)(a-1)}{a}\right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

10. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

11. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$ 의 값은?

- ① $41 - 22\sqrt{3}$ ② $22 + 41\sqrt{3}$ ③ $22 - 41\sqrt{3}$
④ $22\sqrt{3} - 41$ ⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} a+2 &= t \text{ 로 치환하면} \\ 3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8 & \\ &= 3t^2 - 2t - 8 \\ &= (t-2)(3t+4) \\ &= (a+2-2) \{3(a+2)+4\} = a(3a+10) \\ &= (\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}+16) \\ &= 41 + 22\sqrt{3} \end{aligned}$$

12. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: $a+b = 29$

해설

한 근이 2 이므로 $x = 2$ 를 대입하면

$$4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$$

$$2m^2 + 10m - 12 = 0$$

$$m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$(m+6)(m-1) = 0$$

$$m = -6 \text{ 또는 } m = 1$$

i) $m = 1$ 일 때,

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ } (-2 < 0 \text{ 이므로 부적합)}$$

ii) $m = -6$ 일 때,

$$-5x^2 + 14x - 8 = 0$$

$$5x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$(x-2)(5x-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{4}{5} = -\frac{24}{5}$

$$\therefore a = 24, b = 5$$

$$\therefore a + b = 15 + 2 = 29$$

13. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

- ① -2 ② 0 ③ ± 1 ④ ± 3 ⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면
 $a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \dots ①$
 $b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \dots ②$
① - ②를 하면 $(a-b)\alpha^2 - (a-b) = 0$
 $(a-b)(\alpha^2 - 1) = 0$
 $a \neq b$ 이므로 $\alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$
 $\alpha = 1$ 일 때, ① 또는 ②에 대입하면 $a + b = 3$
 $\alpha = -1$ 일 때, ① 또는 ②에 대입하면 $a + b = -3$
 $\therefore a + b = \pm 3$

14. 자연수 A의 양의 제곱근을 a , 자연수 B의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| $\text{㉠ } a + b = 0$ | $\text{㉡ } ab < 0$ |
| $\text{㉢ } a^2 < b^2$ | $\text{㉣ } a - b > 0$ |

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉣

해설

$|a| < |b| \dots(1)$
 $a > 0, b < 0 \dots(2)$
(1), (2)에 의해 $\text{㉠ } a + b < 0$

15. $2 < x \leq 3$ 일 때,
 $A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2 < x \leq 3$ 에서 $-3x < 0, 2-x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2} \\ &= -(-3x) - 3(x-2) \\ &= 3x - 3x + 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

16. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① xy 의 최솟값은 6 이다.
- ② $2x + y$ 의 최솟값은 7 이다.
- ③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
- ④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
- ⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다. (① 성립)

$x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다. (④ 성립)

$y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다. (③은 성립하지 않는다.)

$2x + y$ 는 $x = 2, y = 3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다. (② 성립)

$x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다. (⑤는 성립하지 않는다.)

18. $ab + bc + ca = a^2 + b^2 + c^2$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} ab + bc + ca &= a^2 + b^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca &= 0 \\ \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} &= 0 \end{aligned}$$

이때 a, b, c 는 실수이므로
 $\therefore a = b = c$
 $\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 3$

19. 다음 조건을 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 $(a - b - 1)^2$ 의 값을 구하면?

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9, 6ab + 2 = -4, a > b$$

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab + b^2 = 9, 6ab + 2 = -4, a > b \text{ 에서} \\ ab = -1, a^2 + b^2 = 7 \\ (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 7 + 2 = 9 \\ \therefore a - b = 3 \\ \therefore (a - b - 1)^2 \\ = a^2 + b^2 + 1 - 2a + 2b - 2ab \\ = 7 + 1 - 2 \times 3 + 2 = 4 \end{aligned}$$

20. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 계수를 정하는데, 안이 보이지 않는 상자에 0 ~ 9 까지의 숫자가 적힌 공을 넣어 첫 번째 뽑힌 숫자를 a , 두 번째 뽑힌 숫자를 b 로 정했다고 한다. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 1 개일 확률이 $\frac{t}{s}$ 라고 할 때, $t + s$ 의 값을 구하여라. (단, t, s 는 서로소이고, 첫 번째 뽑은 공은 다시 상자 안에 넣고 두 번째 공을 뽑는다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b, a^2 = 4b$$

이를 만족하는 (a, b) 를 구하면

$(a, b) = (0, 0), (2, 1), (4, 4), (6, 9)$ 의 네 가지이고 모든 경우의 수는 100 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ 이다.

$\therefore t = 1, s = 25$ 이므로 $t + s = 26$ 이다.