

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① 제곱근 6 과 6 의 제곱근은 같다.
- ② 1 의 제곱근은 1 개이다.
- ③ 음수의 제곱근은 존재한다.
- ④ $(-4)^2$ 의 제곱근은 ± 4 이다.
- ⑤ 7 의 제곱근은 $\sqrt{7}$ 이다.

해설

- ① (제곱근 6) $= \sqrt{6}$
- ② 1 의 제곱근은 ± 1 이다.
- ③ 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ⑤ 7 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7}$ 이다.

2. 다음 중 무리수가 아닌 것은?

① 1.313131..

② 3.123123412345...

③ π

④ $\sqrt{0.2}$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

① 1.313131.. = $1.\dot{3}\dot{1}$ (순환소수) 이므로 유리수이다.

3. $\frac{1}{\sqrt{18}} = k\sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은?

① 3

② $\frac{1}{3}$

③ 6

④ $\frac{1}{6}$

⑤ 9

해설

$$\frac{1}{\sqrt{18}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{6} = k\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore k = \frac{1}{6}$$

4. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(b - 2a)^2 = (2a - b)^2$
- ㉡ $a^2 - b^2 = (a + b)(-a + b)$
- ㉢ $(a + b)^2 - 4ab = (a - b)^2$
- ㉤ $4ab - 1 = (2a + 1)(2b - 1)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉢, ㉤
④ ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉠, ㉢, ㉤

해설

- ㉡: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
㉤: $4ab - 2a + 2b - 1 = (2a + 1)(2b - 1)$

5. 다항식 $2x^2 + 5x + 2$ 와 $x^2 - 1$ 을 인수분해 했을 때 나오는 인수가 아닌 것은?

① $x + 2$

② $2x + 1$

③ $x - 1$

④ $x + 1$

⑤ $x - 2$

해설

$$2x^2 + 5x + 2 = (2x + 1)(x + 2)$$

$$x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$$

6. $\sqrt{\frac{38}{n}}$ 이 정수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$$\sqrt{\frac{38}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 19}{n}}, n = 2 \times 19 = 38 \text{ 한 개뿐이다.}$$

7. $\sqrt{6} < x < \sqrt{19}$ 를 만족시키는 정수 x 를 모두 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

양변을 제곱하면

$$6 < x^2 < 19$$

그 중 제곱수는 9, 16 이므로

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

$$x^2 = 16$$

$$\therefore x = 4$$

8. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉡ 0 이 아닌 모든 유리수는 무한소수 또는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ -100 은 $\sqrt{10000}$ 의 제곱근이다.
- ㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.
- ㉥ $\sqrt{25} = \pm 5$
- ㉦ 모든 유리수는 유한소수이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ 무한소수는 순환하는 무한소수(유리수)와 순환하지 않는 무한소수(무리수)로 나뉜다.
- ㉡ $\sqrt{10000} = 100$ 의 제곱근은 ± 10 이다.
- ㉢ 0 의 제곱근은 0 뿐이므로 1 개다.
- ㉤ $\sqrt{25} = 5$
- ㉥ 유리수 중 순환소수는 무한소수이다.

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① -2 와 2 사이에는 정수가 3 개 있다.
- ② 두 자연수 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ③ $\frac{1}{7}$ 은 순환하는 무한소수이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{8}$ 사이에는 무리수가 4 개 있다.
- ⑤ $\sqrt{7}$ 과 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

해설

④ 무수히 많은 무리수가 있다.

10. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{31.2}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
25	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050
26	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148
27	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244
28	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339
29	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874

- ① 5.831
- ② 5.586
- ③ 5.495
- ④ 5.675
- ⑤ 5.404

해설

$\sqrt{31.2} = 5.586$

11. 이차식 $x^2 - \frac{2}{3}x + p$ 가 완전제곱식 $(x + q)^2$ 으로 될 때, $3p - q$ 의 값은?

- ㉠ $\frac{2}{3}$ ㉡ $-\frac{1}{3}$ ㉢ $\frac{1}{9}$ ㉣ $-\frac{1}{9}$ ㉤ 1

해설

$$x^2 - \frac{2}{3}x + p = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = (x + q)^2$$

$$\therefore q = -\frac{1}{3}, p = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\therefore 3p - q = 3 \times \frac{1}{9} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

12. 세로의 길이가 $2a+4$ 이고 넓이가 $6a^2+18a+12$ 인 직사각형의 둘레의 길이는?

① $10a+12$

② $10a+14$

③ $12a+12$

④ $12a+14$

⑤ $14a+16$

해설

$6a^2+18a+12=(2a+4)(3a+3)$ 이므로
둘레의 길이는 $2 \times (2a+4+3a+3) = 10a+14$ 이다.

13. $75x^2 - 12y^2 = a(bx + cy)(bx - cy)$ 일 때, 자연수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 26 ⑤ 28

해설

$$75x^2 - 12y^2 = 3(25x^2 - 4y^2) = 3(5x + 2y)(5x - 2y)$$

$$\therefore a = 3, b = 5, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 10$$

14. $(x-y)(x-y+4)+4$ 를 인수분해하면 $(ax+by+c)^2$ 꼴의 결과가 나온다. 이때, $a+b+c$ 의 값은?

㉠ 2 ㉡ 4 ㉢ 6 ㉣ 11 ㉤ 16

해설

$x-y=A$ 라 하면

$$A(A+4)+4=A^2+4A+4$$

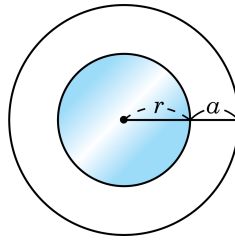
$$=(A+2)^2$$

$$=(x-y+2)^2$$

따라서 $a=1$, $b=-1$, $c=2$ 이므로

$$a+b+c=1-1+2=2 \text{ 이다.}$$

15. 다음 그림과 같이 반지름이 r m 인 원형의 연못 둘레에 폭이 a m 인 도로를 만들려고 한다. 이 도로의 넓이를 S 라 할 때, S 를 a 와 r 을 사용한 식으로 나타낸 것은?



- ① $S = (r - a)\pi$ ② $S = (a^2 + r)\pi$
 ③ $S = a(r + 3a)\pi$ ④ $S = a(a + 2r)\pi$
 ⑤ $S = (a + r)(a - r)\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= (a + r)^2\pi - r^2\pi \\ &= \pi\{(a + r)^2 - r^2\} \\ &= \pi(a + r + r)(a + r - r) \\ &= a\pi(2r + a) \end{aligned}$$

16. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$

㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

17. $\sqrt{180-18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\sqrt{180-18a} = \sqrt{18(10-a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10-a}$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로
 $a = 8$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로
 $a = 2$
 $M = 8, m = 2$ 이다.
따라서 $Mm = 16$ 이다.

18. 다음의 두 식 A , B 에 대하여 $A + B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$
$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

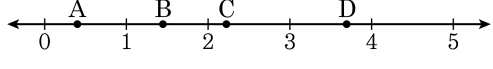
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$
$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$
$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$
$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

19. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a , b , c , d 라고 할 때, $a+b$ 와 $c+d$ 의 값을 각각 바르게 구한 것은?



- ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$, $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$
② $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
③ $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
④ $2\sqrt{2} - 1$, 6
⑤ 6, $2\sqrt{2} - 1$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{2} < 2 : B &= \sqrt{2} \\ 0 < \sqrt{2} - 1 < 1 : A &= \sqrt{2} - 1 \\ a + b &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1 \\ 3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D &= \sqrt{3} + 2 \\ 2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C &= 4 - \sqrt{3} \\ c + d &= (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 6 \end{aligned}$$

20. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

- ① 60
- ② 54
- ③ $\frac{54}{5}$
- ④ $3\sqrt{6}$
- ⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

21. $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{9}}$ 를 계산하면?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} = -1 + \sqrt{9} = -1 + 3 = 2$$

22. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\sqrt{x} = a - 1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a - 1)^2$

$\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$

$= \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$

$= |a+1| + |a-3|$

$= a+1 - a+3 = 4$

23. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1 - 3)(1 + 3) + (5 - 7)(5 + 7) + \cdots + (17 - 19)(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3) - 2(5 + 7) - 2(9 + 11) - 2(13 + 15) - 2(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3 + 5 + \cdots + 17 + 19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

24. $x^3 + y^3 = 3(x^2 - xy + y^2)$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.
(단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3(x^2 - xy + y^2) \text{ 이므로}$$

$$\therefore x + y = 3$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } x + y = 3 \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$6 = 3^2 - 2xy$$

$$\therefore xy = \frac{3}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } xy = \frac{3}{2} \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$6 = (x - y)^2 + 3$$

$$\therefore x - y = \sqrt{3} \text{ (} \because x > y \text{)}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\ &= 6 \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

25. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(3n-1)(3n+1)+1}$ 이라고 할 때, $f(1)+f(2)+\cdots+f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 165

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3 = 3 \times 1 \\ f(2) &= \sqrt{5 \times 7 + 1} = 6 = 3 \times 2 \\ f(3) &= \sqrt{8 \times 10 + 1} = 9 = 3 \times 3 \\ &\vdots \\ f(10) &= \sqrt{29 \times 31 + 1} = 30 = 3 \times 10 \\ f(1) + f(2) + \cdots + f(10) &= 3(1 + 2 + 3 + \cdots + 10) \\ &= 3 \times 55 = 165 \end{aligned}$$

26. $x > 0, y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠

$\sqrt{(x-y)^2} = x-y$
- ㉡

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$
- ㉢

$\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉢, ㉢

해설

㉠ $x-y > 0$, $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$

㉡ $y-x < 0$,
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2}$
 $= x + (-y) - (y-x) = 2x-2y$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$
 $= x - (-y) - (x-y)$
 $= x+y-x+y = 2y$

27. 두 정육면체 A, B의 한 면의 대각선의 길이의 비가 2: 3이고 두 정육면체의 부피의 합이 35 cm^3 이다. A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 1$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때
A, B의 대각선의 길이의 비는 $a\sqrt{2}: b\sqrt{2} = 2: 3$ 이므로 $2b\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$

b 에 대해 정리하면 $b = \frac{3}{2}a$ ($\because a > 0, b > 0$)

A, B의 부피의 합은

$$a^3 + b^3 = 35, a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 35, a^3 = 8$$

$\therefore a = 2, b = 3$

따라서 $b - a = 1$ 이다.

28. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

$$\textcircled{1} \ n = 8 \text{ 일 때, } S(n) = 3 - 1 = 2$$

$$\textcircled{2} \ n = 15 \text{ 일 때, } S(n) = 4 - 1 = 3$$

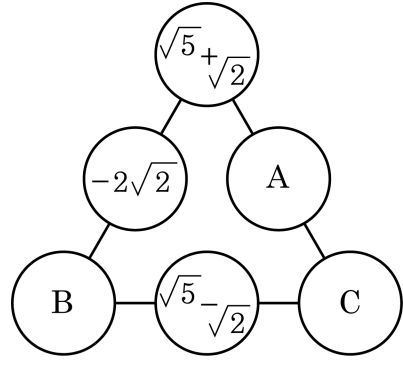
$$\textcircled{3} \ n = 35 \text{ 일 때, } S(n) = 6 - 1 = 5$$

$$\textcircled{4} \ n = 50 \text{ 일 때, } S(n) = \sqrt{51} - 1$$

$$\textcircled{5} \ n = 99 \text{ 일 때, } S(n) = 10 - 1 = 9$$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

29. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A - B + C$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

$B - 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} = B + C + \sqrt{5} - \sqrt{2}$ 에서
 $\therefore C = 0$
 $\sqrt{5} + \sqrt{2} + A = \sqrt{5} - \sqrt{2} + B$ 에서
 $\therefore A - B = -2\sqrt{2}$
 $\therefore A - B + C = -2\sqrt{2}$

30. 아래의 표에 주어진 값들을 이용하여 $\sqrt{5.5}$ 의 소수 둘째자리 숫자를 구하여라.

$2.30^2 = 5.2900$	$2.35^2 = 5.5225$
$2.31^2 = 5.3361$	$2.36^2 = 5.5696$
$2.32^2 = 5.3824$	$2.37^2 = 5.6169$
$2.33^2 = 5.4289$	$2.38^2 = 5.6644$
$2.34^2 = 5.4756$	$2.39^2 = 5.7121$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$5.4756 < 5.5000 < 5.5225$ 이므로 표에 나타난 거듭제곱으로 나타내면

$$2.34^2 < 5.5000 < 2.35^2$$

$$\text{즉, } 2.34 < \sqrt{5.5} < 2.35$$

따라서 $\sqrt{5.5}$ 의 소수 둘째자리의 수는 4 이다.

31. $8x^2+ax-15$ 가 $4x-5$ 로 나누어 떨어질 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$8x^2+ax-15=(4x-5)(2x+3)$ 이므로 x 의 항을 구하면
 $\therefore a=2$

해설

$8x^2+ax-15$ 를 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 가 $4x-5$ 를 인수로 가지면

$f\left(\frac{5}{4}\right)=0$ 이므로,

$8\left(\frac{5}{4}\right)^2+a\times\frac{5}{4}-15=0$ 을 풀면, $a=2$

32. 양수 a, b 에 대하여, $a^2b + ab^2 = 12$, $a^3 + b^3 = 28$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 12$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$$a + b = X, ab = Y \text{ 로 치환하면}$$

$$XY = 12, X^3 - 3XY = 28$$

$$\therefore X = 4, Y = 3$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = X^2 - 2Y = 16 - 6 = 10 \text{ 이다.}$$