1. 다음 등식 중에서 이차방정식은?

① $2(x+4)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2$

② $x^2 - 3x = x^2 + 7x$

③ $(x-2)^2 + 1 = x^2$

④ $(x-4)(x+3) = x^2 - 5$

⑤ $5x^2 = 4x - 1$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이므로
① $16x + 30 = 0$: 일차방정식
② $10x = 0$: 일차방정식
③ $4x - 5 = 0$: 일차방정식
④ $x + 7 = 0$: 일차방정식

2. $x(ax+1)-3=-2x^2-bx+c$ 가 이차방정식일 때, a 값이 될 수 없는 것을 구하여라.(단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x(ax+1)-3=-2x^2-bx+c$ 에서
$(a+2)x^2+(1+b)x-3-c=0$
$a+2\neq 0$ 이어야 하므로 $a\neq -2$

3. 다음 중 $x = 1$ 을 근으로 갖는 이차방정식은?

① $(x-1)^2 = 1$ ② $x^2 + 4 = 4x$

③ $x^2 - 2x + 1 = 0$ ④ $x^2 - 4x = 0$

⑤ $x(x+3) = 0$

해설

① $(1-1)^2 \neq 1$

② $1^2 + 4 \neq 4 \cdot 1$

③ $1^2 + (-2) \cdot 1 + 1 = 0$

④ $1^2 + (-4) \cdot 1 \neq 0$

⑤ $1 \cdot (1+3) \neq 0$

4. x의 값의 범위가 $0 \le x < 3$ 일 때, 이차방정식 $3x^2 - 10x + 3 = 0$ 을 만족시키는 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{1}{3}$

해설

$3x^2 - 10x + 3 = 0$

$(3x - 1)(x - 3) = 0$

$\therefore\ x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 3$

x의 값의 범위가 $0 \le x < 3$ 이므로 $x = \frac{1}{3}$ 이다.

5. x 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$2x^2 - 5x + 2 = 0$

$(x-2)(2x-1) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

따라서 $x = 2$

6. 이차방정식 $x^2 - 3x + k = 0$의 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$일 때, k의 값은?

① $\sqrt{2} - 2$　② $2\sqrt{2} - 2$　③ $3\sqrt{2} - 2$

④ $4\sqrt{2} - 2$　⑤ $5\sqrt{2} - 2$

해설

$x^2 - 3x + k = 0$ 의 한 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 이므로,
$x = 3 - \sqrt{2}$를 $x^2 - 3x + k = 0$에 대입하면
$(3 - \sqrt{2})^2 - 3(3 - \sqrt{2}) + k = 0$
$9 - 6\sqrt{2} + 2 - 9 + 3\sqrt{2} + k = 0$
$-3\sqrt{2} + 2 + k = 0$
$\therefore\ k = -2 + 3\sqrt{2}$

7. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px - ap - 2q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x = 2$ 가 근이므로 $4a + 2p - ap - 2q = 0$ 이고 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$(4 - p)a + 2(p - q) = 0$ 에 의하여 $p = 4,\ q = 4$ 이다.

$\therefore p + q = 8$

8. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0 ② −1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에
$x = 1$ 을 대입하면 $a = 4$, $b = 3$
$\therefore\ a - b = 4 - 3 = 1$

9. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) = \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right)$$

$= -\frac{3}{4}$ 이다.

10. 두 이차방정식 $(x-1)(x-2)=0$, $x^2+14=9x$의 공통인 해는?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$(x-1)(x-2)=0$의 해는 1, 2

$x^2+14=9x$

$x^2+14-9x=0$, $(x-7)(x-2)=0$

해는 2, 7 따라서 공통인 해는 2

11. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$에 $x = -1$ 을 대입하면
$2 - a + 3a - 2 = 0$ $\therefore\ a = 0$
$a = 0$을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$에 대입하면
$2x^2 - 2 = 0,\ 2x^2 = 2$ $\therefore\ x \pm 1$
따라서 다른 한 근은 1이다.

12. 이차방정식 $5(2a-3)x^2-5(4a^2-9)x-4(2a+3)=0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$5(2a-3)x^2-5(4a^2-9)x-4(2a+3)=0$ 의 한 근이 1 이므로
$5(2a-3)\times 1-5(4a^2-9)\times 1-4(2a+3)=0$,
$10a-15-20a^2+45-8a-12=0$,
$-20a^2+2a+18=0$, $20a^2-2a-18=0$, $(20a+18)(a-1)=0$,
a 는 정수이므로 $a=1$,
$-5x^2+25x-20=0$, $x^2-5x+4=0$, $(x-1)(x-4)=0$,
$x=1$ 또는 $x=4$,
따라서 다른 한 근은 4 이다.

13. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$48 + 4a - 16 = 0$

$a = -8$

$3x^2 + 8x - 16 = 0$

$(3x - 4)(x + 4) = 0$

$x = \frac{4}{3},\ x = -4$

(구하는 값)$= \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$

14. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 3a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① a 의 값은 4 이다.

② 다른 한 근을 b 라 하면 $a + b = -2$ 이다.

③ 주어진 방정식의 x 의 계수와 상수항의 합은 4 이다.

④ 다른 한 근은 이차방정식 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 의 근도 된다.

⑤ 주어진 방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내면 $q = 4$ 이다.

해설

한 근 $x = 2$ 를 대입하면 $2^2 - 2a \times 2 + 3a = 0$
$\therefore\ a = 4$
따라서 주어진 식은 $x^2 - 8x + 12 = 0$
$(x - 2)(x - 6) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = 6$
$\therefore\ a + b = 4 + 6 = 10$

15. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $\dfrac{2p^3}{3p^2 - p - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 이므로

$p^2 - 2p - 1 = 0$

$\therefore\ p^2 = 2p + 1$

$p^3 = 2p^2 + p = 2(2p + 1) + p = 5p + 2$

$$\therefore\ \frac{2p^3}{3p^2 - p - 1} = \frac{2(5p + 2)}{3(2p + 1) - p - 1}$$
$$= \frac{10p + 4}{5p + 2}$$
$$= 2$$

16. 두 이차방정식 $x^2+9x+a=0$, $x^2+bx+10=0$의 공통인 근이 -2일 때, $\frac{a}{b}$를 구하면?

① 1 ② -2 ③ 2 ④ -3 ⑤ 3

해설

두 이차방정식의 공통인 근이 -2 이므로 각각의 방정식에 $x=-2$를 대입하면

$4-18+a=0, 4-2b+10=0$

$\therefore\ a=14, b=7$

$\therefore \frac{a}{b}=2$

17. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+8x+12=0 \rightarrow (x+6)(x+2)=0$

$\therefore x=-6,\ -2$

$2x^2+9x-18=0 \rightarrow (x+6)(2x-3)=0$

$\therefore x=-6,\ \frac{3}{2}$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x=-6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2+4mx-12m=0$ 도 근으로 -6 을 가지므로 $x=-6$ 을 대입하면

$2\times(-6)^2+4\times(-6)m-12m=0$

$36m=72$

$\therefore m=2$

18. 이차방정식 $(x-1)(x-b)=-1$이 0이 아닌 중근 a를 가진다. 이때, b의 값은? (단, a, b는 정수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b)=-1$이 중근 a를 가지므로
x에 a를 대입하면
$(a-1)(a-b)=-1$
i) $a-1=-1$, $a-b=1$인 경우
$a=0$, $b=-1$, $a\neq 0$이므로 부적합
ii) $a-1=1$, $a-b=-1$인 경우
$a=2$, $b=3$
$\therefore\ b=3$

19. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값은? (단, $m > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left\{-2(m+1) \times \frac{1}{2}\right\}^2 = 4$$

$(m+1)^2 = 4$

$m^2 + 2m - 3 = 0 \rightarrow (m+3)(m-1) = 0$

$\therefore m > 0$ 이므로 $m = 1$

20. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$D = 36 - 4a = 0,\ a = 9$
$x^2 - 6x + 9 = 0$
$(x-3)^2 = 0$
$x = 3 = b$
$\therefore a + b = 12$

21. x 에 관한 이차방정식 $x^2+10x+25=k-8$ 이 중근 a 를 갖는다고 할 때, 상수 a, k 의 값은?

① $a=5,\ k=8$　② $a=-5,\ k=8$

③ $a=5,\ k=-8$　④ $a=-5,\ k=-8$

⑤ $a=10,\ k=-8$

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식)$=0$ 꼴이어야 하므로
$k-8=0$
$\therefore\ k=8$
$(x+5)^2=0$ 이므로 $x=-5$
$\therefore a=-5$

22. 이차방정식 $(4x-1)^2 = K$가 중근을 갖고 그 근을 a 라고 할 때, $a+K$의 값을 구하여라. (단, K 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{4}$

해설

$K = 0,\ a = \frac{1}{4}$

$\therefore\ a + K = \frac{1}{4}$

23. 이차방정식 $2x^2 - 12x + k - 3 = 0$ 가 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$2x^2 - 12x = -k + 3$
$2(x^2 - 6x) = -k + 3$
$2(x-3)^2 = -k + 3 + 18$
$-k + 3 + 18 = 0$
$\therefore\ k = 21$

24. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 8x + 2a + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 a 의 값과 근을 구하면?

① $a = -3$, $x = 3$　　② $a = 4$, $x = 4$

③ $a = -4$, $x = -3$　　④ $a = 5$, $x = 4$

⑤ $a = 5$, $x = -2$

해설

$x^2 - 8x + 2a + 6 = 0$
$(x-4)^2 - 16 + 2a + 6 = 0$
중근을 가지므로 $-10 + 2a = 0$ 이다.
$\therefore a = 5$
중근 $x = 4$ 이다.

25. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3 - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $-\frac{1}{3}kx^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^2 - 6x + 3 - k = 0$ 이 중근을 가지므로
$3 - k = 9,\ k = -6$ 이다.
$-\frac{1}{3}kx^2 - 6x + 4 = 0$ 에 $k = -6$ 을 대입하면
$2x^2 - 6x + 4 = 0$
$2(x-1)(x-2) = 0$
$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = 2$
따라서 두 근의 곱은 $1 \times 2 = 2$ 이다.

26. 이차방정식 $(x+3)^2-6=0$ 을 풀면?

① $x=3\pm\sqrt{6}$ ② $x=3\pm\sqrt{2}$ ③ $x=-3\pm\sqrt{6}$

④ $x=-3\pm\sqrt{2}$ ⑤ $x=-2\pm\sqrt{6}$

해설

$(x+3)^2-6=0,\ (x+3)^2=6$

$x+3=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{6}$

27. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

① $a \le 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \ge 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근
$b = 0$ 이면 중근
따라서 $b \ge 0$ 이다.

28. 이차방정식 $(3x-2)^2=16$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=-\frac{2}{3}$

▷ 정답: $x=2$

해설

$(3x-2)^2=16$
$3x-2=\pm 4$
$3x=2\pm 4$
$\therefore\ x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=2$

29. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + 3q$ 의 값은?

① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2 + 2x = \frac{5}{3}$, 양변에 $\left(2 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 1$ 을 더하면

$x^2 + 2x + 1 = \frac{5}{3} + 1$

$(x+1)^2 = \frac{8}{3}$

$\therefore p = 1,\ q = \frac{8}{3}$

$\therefore p + 3q = 1 + 3 \times \frac{8}{3} = 9$

30. 이차방정식 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀려고 한다. $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고쳐서 이차방정식의 해를 구하면?

① $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$ ② $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{10}}{4}$ ③ $x = \dfrac{4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$
④ $x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$ ⑤ $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2 - \dfrac{8}{3}x = -\dfrac{2}{3}$

양변에 $\left(-\dfrac{8}{3} \times \dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{16}{9}$ 을 더하면

$x^2 - \dfrac{8}{3}x + \dfrac{16}{9} = -\dfrac{2}{3} + \dfrac{16}{9}$

$\left(x - \dfrac{4}{3}\right)^2 = \dfrac{10}{9}$

$x - \dfrac{4}{3} = \pm\sqrt{\dfrac{10}{9}}$

$\therefore x = \dfrac{4}{3} \pm \dfrac{\sqrt{10}}{3}$

31. 다음 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$ 의 해가 $x = 7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 70

해설

$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$
$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$
$(x-a)^2 = 10$ 이므로
$x - a = \pm\sqrt{10}$
$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$
따라서 $a = 7,\ b = 10$ 이므로 $ab = 70$ 이다.

32. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.

② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.

③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.

⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k,\ x-1 = \pm\sqrt{3-k}$

$\therefore\ x = 1 \pm \sqrt{3-k}$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개