

1. $\sqrt{56x}$ 가 자연수가 되기 위한 최소의 자연수 x 는?

- ① 2 ② 4 ③ 7 ④ 14 ⑤ 28

해설

$56x = 2^3 \times 7 \times x$ 이므로 가장 작은 자연수 $x = 14$

2. $\sqrt{24-x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$$24 - x = 0, 1, 4, 9, 16$$

$$\therefore x = 24, 23, 20, 15, 8$$

3. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것의 개수는?

보기

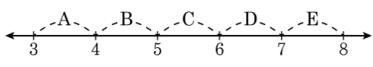
- ㉠ $\sqrt{37} - 1 < 6$
- ㉡ $\sqrt{2} + 4 < \sqrt{3} + 4$
- ㉢ $-\sqrt{(-3)^2} + 2 > -\sqrt{10} - 1$
- ㉣ $\frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$
- ㉤ $4 - \sqrt{2} > 2 + \sqrt{2}$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} \text{㉤ } & 4 - \sqrt{2} - 2 - \sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{8} < 0 \\ \therefore & 4 - \sqrt{2} < 2 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

4. 다음 수직선에서 D 구간에 위치하는 무리수는?



- ① $3\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{50}$

해설

D 구간의 범위 : $6 < x < 7$

$\therefore \sqrt{36} < x < \sqrt{49}$

① $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$ 이므로 D 구간에 위치한다.

5. 다음 중 1 과 2 사이에 있는 수를 모두 고르면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ π

해설

- ① $0 < \frac{1}{2} < 1$
② $1 < \sqrt{2} < 2$
③ $1 < \sqrt{3} < 2$
④ $2 < \sqrt{5} < 3$
⑤ $3 < \pi < 4$

6. $6\sqrt{2}$ 를 \sqrt{a} 꼴로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{12}$ ③ $\sqrt{24}$ ④ $\sqrt{72}$ ⑤ $\sqrt{144}$

해설

$$6\sqrt{2} = \sqrt{6^2 \times 2} = \sqrt{72}$$

7. 서로 다른 두 실수 $-\sqrt{3}$ 과 2 사이에 들어 있지 않은 정수를 모두 찾으려면? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$ 이다.)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$-\sqrt{3} < x < 2$$

$$-1.732 < x < 2$$

8. $a^2 = 15$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것은?

① $-\sqrt{15}$

② $\sqrt{15}$

③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm\sqrt{15}$

⑤ $3\sqrt{5}$

해설

a 는 15 의 제곱근이므로 $\pm\sqrt{15}$ 이다.

9. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{75} < 9$

② $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$

③ $0.3 > \sqrt{0.3}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{4}}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{4}}$

해설

$\sqrt{0.09} < \sqrt{0.3}$ 이므로 $0.3 < \sqrt{0.3}$ 이다.

10. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만으로 이루어진 것은?

① $\sqrt{21}$, $-\sqrt{7}$, $0.\dot{5}$

② $\sqrt{121}$, $\sqrt{5}-1$, $\sqrt{21}$

③ $-\sqrt{6}$, $\sqrt{3+2}$, $-\sqrt{1}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{0.36}$, $\frac{\sqrt{4}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\sqrt{8.1}$, $\sqrt{4+3\sqrt{2}}$

해설

① $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 는 유리수이다.

② $\sqrt{121} = 11$ 은 유리수이다.

③ $-\sqrt{1} = -1$ 은 유리수이다.

④ $\sqrt{0.36} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ 은 유리수이다.

11. $\sqrt{3} \times \sqrt{50} \div \sqrt{a} \times \sqrt{160} = 10\sqrt{5}$ 일 때, a 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 48$

해설

$$\sqrt{3} \times \sqrt{50} \times \frac{1}{\sqrt{a}} \times \sqrt{160} = 10\sqrt{5}$$

$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{50} \times \sqrt{160}}{10\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{\frac{3 \times 50 \times 160}{10 \times 10 \times 5}}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{48}$$

$$\therefore a = 48$$

12. $a\sqrt{3} = \sqrt{243}$, $b\sqrt{3} = \sqrt{0.0048}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = \frac{9}{25}$

해설

$$\sqrt{243} = 9\sqrt{3}, a = 9$$

$$\sqrt{0.0048} = \sqrt{\frac{2^4 \times 3}{10000}} = \frac{4\sqrt{3}}{100}$$

$$b = \frac{4}{100}$$

$$\therefore ab = 9 \times \frac{4}{100} = \frac{9}{25}$$

13. 다음 두 식에서 공통인 인수를 구하여라.

$$2x - xy + 2 - y, (x - 1)^2 - 4(x - 1) - 12$$

▶ 답:

▷ 정답: $x + 1$

해설

$$\begin{aligned} 2x - xy + 2 - y &= x(2 - y) + (2 - y) = (x + 1)(2 - y) \\ (x - 1)^2 - 4(x - 1) - 12 & \\ &= \{(x - 1) - 6\} \{(x - 1) + 2\} \\ &= (x - 7)(x + 1) \end{aligned}$$

따라서 두 식의 공통인 인수는 $x + 1$ 이다.

14. $6x^2 + Ax - 15$ 는 두 개의 일차식으로 인수분해가 된다. 이 때, A 가 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 3 ③ -9 ④ 9 ⑤ 13

해설

- ① $6x^2 + x - 15 = (2x - 3)(3x + 5)$
② $6x^2 + 3x - 15$
③ $6x^2 - 9x - 15 = 3(x + 1)(2x - 5)$
④ $6x^2 + 9x - 15 = 3(x - 1)(2x + 5)$
⑤ $6x^2 + 13x - 15 = (x + 3)(6x - 5)$

15. 넓이가 $4x^2 + 13x + 3$ 이고 높이가 $4x + 1$ 인 평행사변형의 밑변의 길이는?

- ① $x + 1$ ② $x + 2$ ③ $x + 3$ ④ $x + 4$ ⑤ $x + 5$

해설

$4x^2 + 13x + 3 = (x + 3)(4x + 1)$
따라서 밑변의 길이는 $x + 3$ 이다.

16. $(a-b)m^2 + (b-a)n^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(a+b)(m+n)(m-n)$ ② $(a-b)(m+n)(m-n)$
③ $(a-b)(m+n)^2$ ④ $(a-b)(m^2+n^2)$
⑤ $(a-b)(m-n)^2$

해설

$$\begin{aligned}(a-b)m^2 + (b-a)n^2 &= (a-b)(m^2 - n^2) \\ &= (a-b)(m+n)(m-n)\end{aligned}$$

17. 다항식 $16 - 4x^2 + 4xy - y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(4 - x + y)(4 - 2x + y)$ ② $(4 + 2x - y)(4 - x - y)$
③ $(4 - 2x + y)(4 + 2x + y)$ ④ $(4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$
⑤ $(4 + 2x + y)(4 - 2x - y)$

해설

$$4^2 - (2x - y)^2 = (4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$$

18. $\frac{28^2 - 11^2}{25 \times 17 - 17 \times 12}$ 의 값을 계산하면?

- ① 12 ② 9 ③ 6 ④ 3 ⑤ 1

해설

$$\frac{(28 + 11)(28 - 11)}{(25 - 12) \times 17} = \frac{39 \times 17}{13 \times 17} = 3$$

19. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

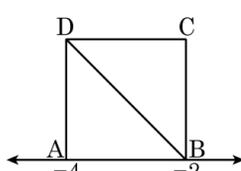
20. $\sqrt{3n}$ 이 2 와 4 사이의 수가 되게 하는 정수 n 의 개수는 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\begin{aligned} 2 < \sqrt{3n} < 4 \\ 4 < 3n < 16 \\ \therefore n = 2, 3, 4, 5 \end{aligned}$$

21. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: 4π

해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로 대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi$ 이다.

22. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{40} - 1$ ② $\sqrt{40} + 1$ ③ $\sqrt{41} - 1$
④ $\sqrt{41} + 1$ ⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2} \\ f(2) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(3) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \dots \\ f(39) &= \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40} \\ f(40) &= \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41} \\ \therefore f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(39) + f(40) \\ &= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \dots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41} \end{aligned}$$

23. 부등식 $3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 에서 $\sqrt{2} + 1 > 0$ 이므로

$$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2} + 1} \therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq x \leq 7\sqrt{2} - 7$$

$$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5 \text{ 에서 } 1 < 3\sqrt{2} - 3 < 2$$

$$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10 \text{ 에서 } 2 < 7\sqrt{2} - 7 < 3$$

$1. \times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times$ 이므로

따라서 자연수 $x = 2$ 이다.

24. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

25. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답:

▷ 정답: $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

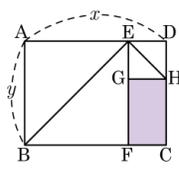
$$x - y = -2 (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$

26. 다음 그림과 같이 가로 길이가 x , 세로 길이가 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE 와 EGHD 를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



- ① x ② y ③ $x + y$
 ④ $2x - y$ ⑤ $2y - x$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로
 $\overline{GF} = y - (x - y) = 2y - x, \overline{FC} = x - y$
 남은 사각형의 넓이는 $(2y - x)(x - y)$ 이다.

27. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

- | | |
|---------------------|---------------------|
| ㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$ | ㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$ |
| ㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$ | ㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$ |
| ㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$ | |

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉣, ㉤

해설

$$\text{㉠ } -2 < x < y < 0 \text{ 이므로 } 2 < 2-x < 4$$

$$\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$$

$$\text{㉡ } -2 < x < 0 \text{ 이므로 } -4 < x-2 < -2$$

$$\Rightarrow -4 < x-2 < -2$$

$$\text{㉢ } -2 < y < 0 \text{ 이므로 } 0 < y+2 < 2$$

$$\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$$

$$\text{㉣ } -2 < y < 0 \text{ 이므로 } 0 < -y < 2$$

$$\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$$

$$\text{㉤ } -2 < y < 0 \text{ 이므로 } -4 < y-2 < -2$$

28. 유리수 a, b, c 에 대하여 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $f(0) = 3$, $f(\sqrt{3}) = 4 - \sqrt{3}$ 을 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{3}$

해설

$$f(0) = 3 \text{ 이므로 } c = 3$$

$$f(\sqrt{3}) = (3a + c) + b\sqrt{3} = 4 - \sqrt{3}$$

$$3a + c = 4 \therefore a = \frac{1}{3}$$

$$\therefore b = -1$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{1}{3}x^2 - x + 3 \text{ 이므로 } f(1) = \frac{1}{3} - 1 + 3 = \frac{7}{3} \text{ 이다.}$$

29. 양수 x 의 소수 부분을 y 라 할 때, $x^2 + y^2 = 48$ 이다. xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $xy = 6$

해설

y 는 소수이므로 $y^2 < 1$,
 $6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < x < 7$
 $\therefore x = 6 + y$
 $x^2 + y^2 = (6 + y)^2 + y^2 = 48$
 $y^2 + 6y - 6 = 0$
 $y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{15} - 3$
 $x = 6 + y = 6 + \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} + 3$
따라서 $xy = (\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3) = 6$ 이다.

30. $\frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2$ 을 인수분해 하면?

- ① $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}\right)^2$ ② $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}\right)^2$ ③ $\left(\frac{1}{7}b - \frac{1}{5}a\right)^2$
④ $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2$ ⑤ $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}b\right)^2$

해설

$$\frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2 = \frac{1}{49}a^2 - \left(2 \times \frac{1}{7}a \times \frac{1}{5}b\right) + \frac{1}{25}b^2 = \left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2$$

31. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 a, b 의 값을 정할 때 $-a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-a + b = 21$

해설

$$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + cx + d)^2$$

$$= x^4 + 2cx^3 + (c^2 + 2d)x^2 + 2cdx + d^2$$

양변의 계수를 비교하면 된다.

$$\text{즉, } 4 = 2c, \quad -2 = c^2 + 2d, \quad a = 2cd, \quad b = d^2$$

$$\therefore c = 2, \quad d = -3, \quad a = -12, \quad b = 9$$

$$\therefore -a + b = 12 + 9 = 21$$

32. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 에 대하여 $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} g(x) &= (ax + b)f(x) \text{ 이므로} \\ 6x^2 - 5x - 4 &= (3x - 4)(2x + 1) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)(4x + 2) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)f(x) \end{aligned}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\therefore 2ab = -6$$

33. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여

$$k \frac{z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3 \text{ 일 때, 상수 } k \text{ 의 값을 구하여}$$

라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 3$

해설

분자의 식을 x 에 관한 내림차순 정리하면

$$z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z)$$

$$= yz^2 - xz^2 + x^2z - x^2y + xy^2 - y^2z$$

$$= (z-y)x^2 - (z^2 - y^2)x + (z-y)yz$$

$$= (z-y) \{x^2 - (z+y)x + yz\}$$

$$= (z-y)(x-y)(x-z)$$

$$= (x-y)(y-z)(z-x)$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = k \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3$$

$$\therefore k = 3$$