

1. 다음 중 $\sqrt{45+x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ 3

㉡ 4

㉢ 19

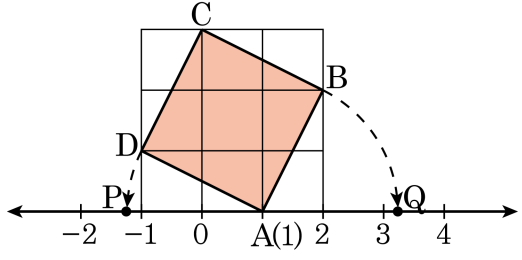
㉣ 26

㉤ 36

해설

- ㉠ $\sqrt{45+3} = \sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.
㉣ $\sqrt{45+26} = \sqrt{71}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

2. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?



- ① -4 ② 2 ③ $2\sqrt{5}$
 ④ $1 - \sqrt{5}$ ⑤ $1 + \sqrt{5}$

해설

□ABCD 의 넓이는 (큰 정사각형 넓이)-(삼각형 네 개의 넓이의 합)

□ABCD 의 넓이는 $9 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2\right) = 5$

∴ □ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$

$\overline{AD} = \overline{AP} = \sqrt{5}, \overline{AB} = \overline{AQ} = \sqrt{5}$

점 P 는 A(1) 보다 $\sqrt{5}$ 만큼 작은 수, 점 Q 는 A(1) 보다 $\sqrt{5}$ 만큼 큰 수

$a = 1 - \sqrt{5}, b = 1 + \sqrt{5}$

∴ $a + b = 2$

3. 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

㉡ $\sqrt{38} = 2\sqrt{19}$

㉢ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$

㉣ $3\sqrt{7} = \sqrt{42}$

㉤ $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

해설

- ㉠ $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ (○)
- ㉡ $\sqrt{38} = 2\sqrt{19}$ (×)
- ㉢ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$ (○)
- ㉣ $3\sqrt{7} = \sqrt{42}$ (×)
- ㉤ $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$ (○)
- 따라서 옳은 것은 모두 3개이다.

4. $\sqrt{6} \times \sqrt{3} \div \sqrt{12}$ 을 간단히 한 것은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{6 \times 3}{12}} = \sqrt{\frac{18}{12}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

5. 다음 중 계산이 옳은 것은?

① $\sqrt{50} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{5} + 8\sqrt{2}$

② $\frac{2\sqrt{6}}{3} - \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

③ $3\sqrt{12} - 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

④ $\sqrt{32} - \frac{6}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{12} + \sqrt{18} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$

해설

④ $\sqrt{32} - \frac{6}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
 $= 4\sqrt{2} - \frac{6\sqrt{2}}{2}$
 $= \sqrt{2}$

① $\sqrt{50} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

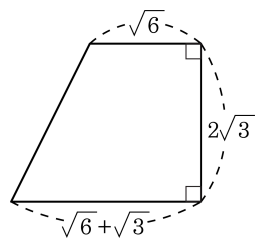
② $\frac{2\sqrt{6}}{3} - \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$
 $= \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3}$
 $= \frac{\sqrt{6}}{3}$

③ $3\sqrt{12} - 4\sqrt{3} = 3 \times 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{12} + \sqrt{18} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$
 $= 2\sqrt{3} - \sqrt{2}$

6. 다음 그림에서 사다리꼴의 넓이는?

- ① $2\sqrt{6} + 3$
- ② $3\sqrt{6} + 3$
- ③ $4\sqrt{2} + 3$
- ④ $5\sqrt{2} + 3$
- ⑤ $6\sqrt{2} + 3$



해설

(사다리꼴의 넓이) = (윗변 + 아랫변) $\times$ (높이) $\times \frac{1}{2}$
 $(\sqrt{6} + \sqrt{6} + \sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = (2\sqrt{6} + \sqrt{3})\sqrt{3} = 6\sqrt{2} + 3$

7. 다음 세 식에서 x 에 대한 일차식을 공통인 인수로 가질 때, k 의 값을 구하여라.

$$6x^2 + x - 1, 9x^2 - 1, 3x^2 + kx - 2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 5$

해설

$$6x^2 + x - 1 = (2x + 1)(3x - 1)$$

$$9x^2 - 1 = (3x + 1)(3x - 1)$$

공통인 인수는 $3x - 1$ 이다.

$$3x^2 + kx - 2 = (3x - 1)(x + 2) = 3x^2 + 5x - 2$$

$$\therefore k = 5$$

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{9}$ 와 $\sqrt{16}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 서로 다른 무리수 사이에는 무수히 많은 정수들이 있다.

해설

정수는 서로 다른 두 수 사이에 유한개 존재한다.

9. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라 할 때, $\sqrt{72}$ 를 a, b 를 써서 나타내면?

- ① a^3b^2 ② a^2b^3 ③ a^3b ④ a^2b^2 ⑤ ab^3

해설

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^3 \times 3^2} = (\sqrt{2})^3 (\sqrt{3})^2 = a^3b^2$$

10. 두 다항식 $x^2 - ax - 18$, $2x^2 - x + b$ 의 공통인 인수가 $x + 2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - ax - 18 &= (x - 9)(x + 2) \\ -a &= -9 + 2, \quad a = 7 \\ 2x^2 - x + b &= (x + 2)(2x + q) \\ q + 4 &= -1, \quad q = -5 \\ b &= 2 \times (-5), \quad b = -10 \\ \therefore a + b &= -3\end{aligned}$$

11. $(2x + A)(Bx - 7) = 4x^2 + Cx - 35$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(2x + A)(Bx - 7) = 2Bx^2 + (AB - 14)x - 7A \\ = 4x^2 + Cx - 35 \text{ 에서}$$

$$2B = 4 \quad \therefore B = 2$$

$$-7A = -35 \quad \therefore A = 5$$

$$AB - 14 = C \quad \therefore C = -4$$

$$\therefore A + B + C = 5 + 2 - 4 = 3$$

12. 다음 보기의 인수분해 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

- ㉠ $2x^2 + x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$
- ㉡ $4x^2 - y^2 = (2x + y)(2x - y)$
- ㉢ $a^2 + 2ab + b^2 - a - b = (a + b - 1)(a + b)$
- ㉤ $4x^2 + 4x + 1 = (2x - 1)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $2x^2 + x - 1 = (2x - 1)(x + 1)$
- ㉢ $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

13. $(a-b)m^2 + (b-a)n^2$ 을 인수분해하면?

① $(a+b)(m+n)(m-n)$

② $(a-b)(m+n)(m-n)$

③ $(a-b)(m+n)^2$

④ $(a-b)(m^2+n^2)$

⑤ $(a-b)(m-n)^2$

해설

$$\begin{aligned}(a-b)m^2 + (b-a)n^2 &= (a-b)(m^2 - n^2) \\ &= (a-b)(m+n)(m-n)\end{aligned}$$

14. $(a - b + 3)(a + b - 3)$ 을 간단히 하면?

① $a^2 - b^2 - 9$

② $a^2 + b^2 - 9$

③ $a^2 - b^2 + 6b - 9$

④ $a^2 - b^2 - 9b - 9$

⑤ $a^2 - b^2 + 6b + 9$

해설

$b - 3 = A$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = (a - A)(a + A)$$

$$= a^2 - A^2$$

$$= a^2 - (b^2 - 6b + 9)$$

$$= a^2 - b^2 + 6b - 9$$

15. $(2x - 3y)(2x - 3y - 5) + 6$ 을 인수분해하면?

① $(2x - 3y - 2)(2x - 3y + 3)$ ② $(2x + 3y - 2)(2x + 3y - 3)$

③ $(2x - 3y + 2)(2x - 3y + 3)$ ④ $(2x - 3y + 2)(2x - 3y - 3)$

⑤ $(2x - 3y - 2)(2x - 3y - 3)$

해설

$(2x - 3y)$ 를 A 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A - 5) + 6 = A^2 - 5A + 6$$

$$= (A - 2)(A - 3)$$

$$= (2x - 3y - 2)(2x - 3y - 3)$$

16. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

- ① 21 ② 32 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

17. $x^2 - 4y^2 + 6x + 9$ 를 인수분해 하였을 때, 곱하여진 두 다항식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 6$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4y^2 + 6x + 9 &= x^2 + 6x + 9 - 4y^2 \\&= (x + 3)^2 - 4y^2 \\&= (x + 3 + 2y)(x + 3 - 2y) \\ \therefore x + 3 + 2y + x + 3 - 2y &= 2x + 6\end{aligned}$$

18. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ 일 때, $2x + \frac{2}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 6 + 2 = 8$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm 2\sqrt{2}$$

$$2x + \frac{2}{x} = 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2 \times (\pm 2\sqrt{2}) = \pm 4\sqrt{2}$$

19. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

20. $\sqrt{90x}$ 와 $\sqrt{15+x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 10$

해설

$\sqrt{90x} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면

$\therefore x = 2 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, \dots$ ㉠

$\sqrt{15+x}$ 가 자연수가 되려면

$15+x = 16, 25, 36, 49, 64, \dots$

$\therefore x = 1, 10, 21, 34, 49, \dots$ ㉡

㉠, ㉡에서 가장 작은 자연수 x 는 10 이다.

21. $\sqrt{120-x} - \sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x = 20$ 이어야 한다.

22. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150) - f(99)$ 의 값은?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.
 $\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$
 $\therefore$ 3개

23. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면?

- ① -1
- ② $\sqrt{101} - 1$
- ③ $\sqrt{102} - 1$
- ④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$
- ⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$\begin{aligned} f(0) &= \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2} \\ f(1) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(2) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots \\ f(99) &= \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101} \\ f(100) &= \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102} \\ \therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100) \\ &= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102} \\ &= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102} \\ &= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102} \\ &= -1 + \sqrt{102} \end{aligned}$$

24. 다음 중 $\frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

- ① $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$
- ② $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$
- ③ $\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$
- ④ $\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{2}-\sqrt{3} &= A \text{ 라 하면} \\ \frac{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{1+(\sqrt{2}-\sqrt{3})} &= \frac{1-A}{1+A} = \frac{(1-A)^2}{(1+A)(1-A)} = \frac{A^2-2A+1}{1-A^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2-2(\sqrt{2}-\sqrt{3})+1}{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{(2-2\sqrt{6}+3)-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+1}{1-(2-2\sqrt{6}+3)} \\ &= \frac{6-2\sqrt{6}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}-4} \\ &= \frac{(6-2\sqrt{6}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3})(2\sqrt{6}+4)}{(2\sqrt{6}-4)(2\sqrt{6}+4)} \\ &= \frac{12\sqrt{6}+24-24-8\sqrt{6}-4\sqrt{12}-8\sqrt{2}}{24-16} \\ &+ \frac{4\sqrt{18}+8\sqrt{3}}{24-16} \\ &= \frac{4\sqrt{6}+4\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

25. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$

- ① $a < b < c$

② $b < a < c$

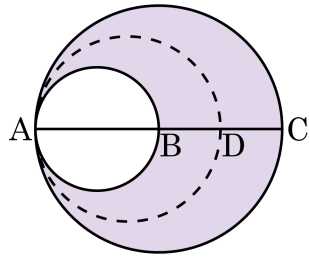
③ $c < a < b$
- ④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

26. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x , y 에 대한 문자로 나타내면?



- ☒ ① $2\pi xy$
☐ ② πxy
☐ ③ $2\pi x^2 y$
☐ ④ πxy^2
☐ ⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

$$\text{따라서 어두운 부분의 넓이는 } \pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$$

27. $x^2 - x + 3 = 4$ 이고 $x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$ 에서

$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}} = \sqrt{a + x} = x$ 이므로

$a + x = x^2$, $x^2 - x = a$

$x^2 - x + 3 = 4$ 이므로

$a + 3 = 4$

$\therefore a = 1$

28. 유리수 a, b 가 $-1 < a < 0$, $ab = 1$ 을 만족할 때,

$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{a}$

해설

$b = \frac{1}{a}$, $-1 < a < 0$ 이므로 $a + \frac{1}{a} < 0$, $a - \frac{1}{a} > 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= -\frac{2}{a}\end{aligned}$$

29. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.
- ㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.
- ㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.
- ㉤ $x + y, x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ (유리수) $\pm$ (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3} \therefore y \neq x - \sqrt{3}$
- ㉡ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \frac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.
- ㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0, 0)$ 을 지나므로 $x = 0, y = 0$: 유리수
- ㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$ 이면 $x + y = 1 + \sqrt{3}$ 으로 무리수, $x - y = 1 - \sqrt{3}$ 으로 무리수, 하지만 x 는 유리수

30. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10 개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9 개로 나누고

작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,
모두 10 개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2 개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.

한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2 개의 점을 놓을 때
두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이
이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$r = 3\sqrt{2}$$

31. $x^2 - y^2 - 7x - 3y + a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 의 값을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 10$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 - 7x - 3y + a \\ &= (x + y + \alpha)(x - y + \beta) \\ &= x^2 - y^2 + (\alpha + \beta)x + (-\alpha + \beta)y + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \alpha + \beta = -7 \\ +) -\alpha + \beta = -3 \\ \hline 2\beta = -10 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \beta = -5, \alpha = -2 \\ \therefore a = \alpha\beta &= (-2) \times (-5) = 10 \end{aligned}$$

32. $a + b = -1$, $(a + 1)(b + 1) = -12$ 일 때, 다음 식의 값은?

$a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$

- ① -25
- ② -24
- ③ -23
- ④ -22
- ⑤ -21

해설

$$\begin{aligned}(a + 1)(b + 1) &= ab + (a + b) + 1 = -12 \\ a + b &= -1 \text{ 이므로 } ab = -12 \\ a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \\ &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a + b)(a^2 + b^2) \\ &= (a + b)\{(a + b)^2 - 2ab\} \\ &= (-1) \\ &\quad \times \{(-1)^2 - 2 \times (-12)\} \\ &= (-1) \times 25 = -25\end{aligned}$$

33. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1$ 일 때, $a^4 + b^4 + (a+b)^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1 \text{ 에서}$$

$$\frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{1 - ab}{ab}, a^2 + b^2 + ab = 1$$

$$\therefore (a + b)^2 = 1 + ab$$

$$\begin{aligned} \therefore a^4 + b^4 + (a + b)^4 &= a^4 + b^4 + (1 + ab)^2 \\ &= a^4 + b^4 + a^2b^2 + 2ab + 1 \\ &= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= (a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= a^2 + ab + b^2 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$