

1. 다항식 $2xy^2 + x^2y - 3x + x^3 - 1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 에 대한 삼차식이다.
- ② y 에 대한 이차식이다.
- ③ x^2 의 계수는 y 이다.
- ④ x 의 계수는 $2y^2 - 3$ 이다.
- ⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항: $x^3 - 3x - 1$

2. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + 3B = 2x^2 - 7x - 1$, $B - A = 2x^2 - 5x - 7$ 일 때, $A + B$ 는?

- ① $-x + 3$ ② $x - 3$ ③ $x^2 + x + 3$
④ $x^2 - x - 3$ ⑤ $x^2 - x + 3$

해설

$$A = -x^2 + 2x + 5, B = x^2 - 3x - 2$$
$$A + B = (-x^2 + 2x + 5) + (x^2 - 3x - 2) = -x + 3$$

해설

$$\begin{cases} A + 3B = 2x^2 - 7x - 1 \\ B - A = 2x^2 - 5x - 7 \end{cases}$$

3. 다항식 $(5x^2 + 3x + 1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 25

해설

$(5x^2 + 3x + 1)(5x^2 + 3x + 1)$ 에서
i) (일차항)×(일차항)의 경우 $9x^2$
ii) (이차항)×(상수항)의 경우 $2 \times 5x^2$
즉, $5x^2 + 5x^2 + 9x^2 = 19x^2$
∴ 19

4. x 에 대한 항등식 $a(x+1)+b(x-1)=x+3$ 에서 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

준식을 정리하면

$$(a+b)x+a-b=x+3$$

계수비교법에 의하여

$$a+b=1, a-b=3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a=2, b=-1$$

5. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$ 가 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어 지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1) Q(x)$$

$$f(1) = -4 + k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

6. 복소수 $\frac{2+3i}{1-i}$ 를 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\frac{2+3i}{1-i} = \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+5i}{2}$$

$$\therefore a+b = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} = 2$$

7. $x = 1 - \sqrt{3}i$ 일 때, $x^2 - 2x + 1$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x = 1 - \sqrt{3}i$ 에서
 $x - 1 = -\sqrt{3}i$ 의 양변을 제곱하면
 $(x - 1)^2 = (-\sqrt{3}i)^2$
 $x^2 - 2x = -4$ 이므로
 $x^2 - 2x + 1 = -4 + 1 = -3$

8. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x + 6 = 0$ 의 근을 구하면 $x = a \pm \sqrt{b}i$ 이다.
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

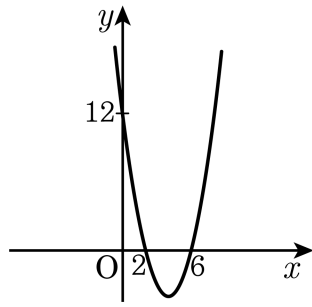
해설

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

근의 공식을 이용하면 $x = 2 \pm \sqrt{4 - 6} = 2 \pm \sqrt{2}i$

$$\therefore a = b = 2, \quad a + b = 4$$

9. 다음은 이차함수 $y = (x - 2)(x - 6)$ 의 그래프이다.



이 이차함수가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $(x - 2)(x - 6) = 0$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 6$
따라서 A (2, 0), B (6, 0) 이므로 $\overline{AB} = 4$

10. 이차함수 $y = -2 + 3x - x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① $-\frac{23}{4}$ ② $-\frac{16}{3}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

해설

$$y = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4} \text{ 이므로}$$

$x = \frac{3}{2}$ 가 x 의 값의 범위 $-1 \leq x \leq 2$ 에 포함되므로

$x = \frac{3}{2}$ 에서 최솟값 $\frac{1}{4}$ 를 갖고,

$x = -1$ 에서 최댓값 -6 을 갖는다.

따라서 최솟값과 최댓값의 합은 $-\frac{23}{4}$ 이다.

11. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x 에 대한
항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = -1, c = 2$

② $a = -1, b = 1, c = -2$

③ $a = 1, b = 1, c = 2$

④ $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

12. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

13. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

14. 등식 $\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = -5$ 를 만족하는 두 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

주어진 식의 양변에 $(1+i)(1-i)$ 를 곱하면

$$a(1-i) + b(1+i) = -10, (a+b) + (b-a)i = -10$$

$$\therefore a+b = -10, b-a = 0$$

15. $2|x-1|+x-4=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,
 $-2(x-1) + (x-4) = 0$
 $\therefore x = -2$
ii) $x \geq 1$ 일 때,
 $2(x-1) + x-4 = 0$
 $\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

16. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x + \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$x + \frac{1}{x} = t$ 라 하고,

양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = tx$$

$x^2 - tx + 1 = 0$ 에서 x 는 실수이므로

$$D = t^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2 \text{ 또는 } t \geq 2$$

17. 이차방정식 $x^2 + (a+1)x + a - 5 = 0$ 의 두 실근을 β, β^2 이라 할 때, $a + \beta + \beta^2$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

두 근의 합은 $\beta + \beta^2 = -a - 1$ 이므로
 $a + \beta + \beta^2 = a - a - 1 = -1$

18. 함수 $y = \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 2x + 4 = (x - 1)^2 + 3 > 0$ 이므로

분모가 최소가 될 때 y 가 최대이다.

$\therefore x = 1$ 일 때 최댓값 $\frac{6}{3} = 2$

19. 방정식 $x^4 - 4x + 3 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x = 1, x = -1 \pm 2i$
- ② $x = -1, x = 1 \pm 2i$
- ③ $x = 1, x = -1 \pm \sqrt{2}i$
- ④ $x = -1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$
- ⑤ $x = 1$

해설

1	1	0	0	-4	3
	1	1	1	-3	
1	1	1	1	-3	0
		1	2	3	
	1	2	3	0	

$(x-1)^2(x^2+2x+3)=0, x=1, -1\pm\sqrt{2}i$

20. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2y + 3z = 9 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ 3z + x = 5 \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 3$

▷ 정답 : $z = 1$

해설

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢}$ 에서 $x + 2y + 3z = 11 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉠}$ 에서 $3z = 3 \therefore z = 1$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉡}$ 에서 $x = 2$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉢}$ 에서 $y = 3$

21. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

22. $2 \leq x \leq 5$, $1 \leq y \leq a$ 일 때, $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되기 위한 실수 a 의 최솟값은? (단, $a \geq 1$)

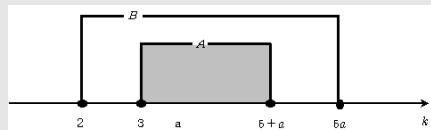
- ① 1 ② $\frac{8}{7}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3 \leq x+y \leq 5+a$, $2 \leq xy \leq 5a$ 이므로

$3 \leq x+y \leq 5+a$,

이때 $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되려면 다음 수직선에서



$5+a \leq 5a$ 이어야 하므로 $4a \geq 5$

$\therefore a \geq \frac{5}{4}$

23. x 에 대한 부등식 $ax + b \leq bx + a$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단 a, b 는 실수)

- ① $a > b > 0$ 일 때, 해는 $x \geq 1$ 이다.
- ② $a < b < 0$ 일 때, 해는 없다.
- ③ $a = b$ 일 때, 해는 모든 실수이다.
- ④ $a = b$ 일 때, 해는 없다.
- ⑤ $a = b$ 일 때, 해는 $x > 1$ 이다.

해설

$ax + b \leq bx + a$ 에서 $(a - b)x \leq a - b$

(i) $a > b$ 일 때, $a - b > 0$ 이므로 $x \leq \frac{a - b}{a - b}$

$\therefore x \leq 1$

(ii) $a = b$ 일 때, $a - b = 0$ 이므로 $0 \cdot x \leq 0$

$\therefore$ 해가 무수히 많다

(iii) $a < b$ 일 때, $a - b < 0$ 이므로 $x \geq \frac{a - b}{a - b}$

$\therefore x \geq 1$

(i), (ii), (iii)에서 해는 모든 실수

24. $11 \cdot 13^3 + 33 \cdot 13^2 + 33 \cdot 13 + 11$ 의 인수가 아닌 것을 고르면?

- ① 3 ② 7 ③ 11 ④ 14 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} 11 &= a, 13 = b \text{ 라 하면} \\ a \cdot b^3 + 3ab^2 + 3ab + a \\ &= a(b^3 + 3b^2 + 3b + 1) \\ &= a(b+1)^3 = 11 \cdot 14^3 \\ &= 11 \times 2^3 \times 7^3 \end{aligned}$$

25. 이차방정식 $x^2 - mx + n = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근은 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이다. 이 때, $m^3 + n^3$ 의 값은?

- ① 36
- ② 40
- ③ 42
- ④ 45
- ⑤ 52

해설

$x^2 - mx + n = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha + \beta = m, \alpha\beta = n$
 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이므로
두 근의 합 $(\alpha + \beta) + (\alpha\beta) = m + n = 4$
두 근의 곱 $(\alpha + \beta)\alpha\beta = mn = 1$
 $\therefore m^3 + n^3 = (m + n)^3 - 3mn(m + n)$
 $= 64 - 12 = 52$

26. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 6$ 이 성립한다.
이 때, 방정식 $f(5x - 7) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0, \quad (a \neq 0) \text{에서}$$

$$f(5x - 7) = a(5x - 7 - \alpha)(5x - 7 - \beta) = 0$$

$$\therefore 5x = 7 + \alpha, \quad 5x = 7 + \beta$$

$$x = \frac{7 + \alpha}{5}, \quad \frac{7 + \beta}{5}$$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$$\frac{14 + \alpha + \beta}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

27. a, b 가 실수일 때, 방정식 $x^3 + ax^2 - 4x + b = 0$ 의 한 근이 $1+i$ 이면 $a+b$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

계수가 실수이므로 $1+i$ 가 근이면 $1-i$ 도 근이다. 나머지 한 근을 α 라 하면

$$(1+i) + (1-i) + \alpha = -a$$

$$\therefore 2 + \alpha = -a \cdots \textcircled{1}$$

$$(1+i)(1-i) + (1-i)\alpha + (1+i)\alpha = -4$$

$$\therefore 2 + 2\alpha = -4 \cdots \textcircled{2}$$

$$(1+i)(1-i)\alpha = -b$$

$$\therefore 2\alpha = -b \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{에서 } \alpha = -3, a = 1, b = 6$$

$$\therefore a + b = 7$$

28. 사차방정식 $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ 의 서로 다른 실근은 모두 몇 개인가?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 = 0 &\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1) = 0 \\ \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = -1 \end{aligned}$$

29. 부등식 $|x-1|+|x+2|<5$ 의 해가 $a<x<b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ㉠ -1 ㉡ -2 ㉢ 0 ㉣ 2 ㉤ 1

해설

$|x-1|+|x+2|<5$ 에서
i) $x<-2$ 일 때,
 $-(x-1)-(x+2)<5 \therefore -2x<6 \therefore x>-3$
곧, $x<-2$ 일 때, $x>-3$
 $\therefore -3<x<-2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
ii) $-2\leq x<1$ 일 때,
 $-(x-1)+(x+2)<5 \therefore -0\cdot x<2$
이 부등식은 항상 성립하므로
 $-2\leq x<1 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
iii) $x\geq 1$ 일 때,
 $(x-1)+(x+2)<5 \therefore 2x<4 \therefore x<2$
곧, $x\geq 1$ 일 때, $x<2$
 $\therefore 1\leq x<2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$ 으로부터 $-3<x<2$ 이므로
 $a=-3, b=2$
 $\therefore a+b=-1$

30. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=xy \\ \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=0 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값은?
(단, $xy \neq 0$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 0$ 에서

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy} \text{ 이므로}$$

$x+y=u, xy=v$ 라 하면

주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u-v=0 \cdots \textcircled{1} \\ \frac{u^2-2v}{v}=0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①을 ②에 대입하면

$$\frac{u^2-2v}{v} = \frac{v(v-2)}{v} = 0$$

$\therefore v=0$ 또는 $v=2$

그런데 주어진 조건에서

$v=xy \neq 0$ 이므로 $v=2$ 이다.

따라서, ①에서 $u=v=2$ 이므로

$x+y=2$

31. 임의의 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - a|x| + 2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a 의 최댓값은? (단, $a > 0$)

① 3 ② $2\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 1

해설

$x^2 - a|x| + 2 = |x|^2 - a|x| + 2$ 이므로
 $|x| = t$ ($t \geq 0$) 로 치환하면 $t^2 - at + 2 \geq 0$

$$f(t) = \left(t - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2$$

$t \geq 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여

$t^2 - at + 2 \geq 0$ 이 성립하려면 $a > 0$ 이므로

그림에서 $f\left(\frac{a}{2}\right) \geq 0$

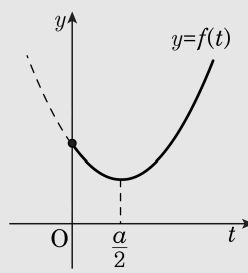
$$-\frac{a^2}{4} + 2 \geq 0, \quad a^2 - 8 \leq 0$$

$$-2\sqrt{2} \leq a \leq 2\sqrt{2}$$

그런데 $a > 0$ 이므로

$$0 < a \leq 2\sqrt{2}$$

따라서 실수 a 의 최댓값은 $2\sqrt{2}$ 이다.



32. x 에 대한 두 부등식 $x^2 + (a-1)x < a$, $6x^2 - x - 1 > 0$ 을 동시에 만족하는 정수가 꼭 두 개 존재할 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$ ② $-3 \leq a < -2$, $3 < a \leq 4$
 ③ $-2 \leq a < -1$, $4 < a \leq 5$ ④ $-4 < a \leq -3$, $2 \leq a < 3$
 ⑤ $-3 < a \leq -2$, $3 \leq a < 4$

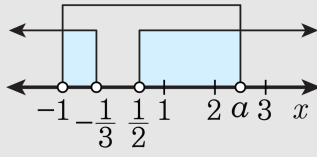
해설

$$6x^2 - x - 1 = (2x-1)(3x+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \text{ 또는 } x < -\frac{1}{3} \dots\dots\dots \textcircled{\text{A}}$$

$$x^2 + (1-a)x - a = (x+1)(x-a) < 0$$

$$(i) a > -1 \text{ 이면 } -1 < x < a \dots\dots\dots \textcircled{\text{B}}$$

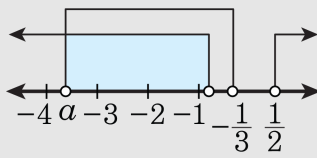


①과 ②의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 1과 2)

$$2 < a \leq 3$$

(ii) $a = -1$ 이면 해가 없다.

$$(iii) a < -1 \text{ 이면 } a < x < -1 \dots\dots\dots \textcircled{\text{C}}$$



①, ②의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 -3과 -2)

$$\therefore -4 \leq a < -3$$

(i),(ii)(iii)에서 $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$

33. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 근은 0 과 2 사이에 있을 때 정수 a, b 에 대하여, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x) = x^2 + ax + b$ 라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1) = 1 - a + b > 0 & \dots \textcircled{1} \\ f(0) = b < 0 & \dots \textcircled{2} \\ f(2) = 4 + 2a + b > 0 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{3}$ 하면 $6 + 3b > 0$

$\therefore b > -2$

이것과 $\textcircled{2}$ 에서 $-2 < b < 0$

$\therefore b = -1$ ($\because b$ 는 정수)

이 값을 $\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 에 대입하면

$1 - a - 1 > 0, 4 + 2a - 1 > 0$

$\therefore -\frac{3}{2} < a < 0$

$\therefore a = -1$ ($\because a$ 는 정수)

$\therefore a = -1, b = -1, a + b = -2$