

1. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

2. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } -2x + 1 = 2$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } 0 \cdot x = 1$$

$\therefore$ 해가 없다.

iii) $1 \leq x$ 일 때,

$$x + x - 1 = 2 \text{ 이므로 } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

3. $2|x-1| + x - 4 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,

$$-2(x-1) + (x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2$$

ii) $x \geq 1$ 일 때,

$$2(x-1) + x - 4 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

4. 방정식 $|x| + |x - 1| = 9$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

$$|x| + |x - 1| = 9 \text{에서}$$

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - x + 1 = 9$$

$$\therefore x = -4$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - x + 1 = 9 \text{ (성립하지 않음)}$$

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$x + x - 1 = 9$$

$$\therefore x = 5$$

따라서 모든 근의 곱은

$$(-4) \times 5 = -20$$

5. $|x+1| + |x-2| = x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i) $x < -1$ 일 때,

$$-x-1-x+2=x+3$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ (모순)}$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x+1-x+2=x+3$$

$$\therefore x = 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x+1+x-2=x+3$$

$$\therefore x = 4$$

6. $|x-2| + |x-3| = 1$ 을 만족하는 실수 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개이상

해설

$|x-2| + |x-3| = 1$ 에서

i) $x < 2$ 일 때,

$$-(x-2) - (x-3) = 1$$

$\therefore x = 2$ (성립하지 않음)

ii) $2 \leq x < 3$ 일 때,

$$(x-2) - (x-3) = 1$$

$\therefore 0 \cdot x = 0$ (모든 실수)

iii) $x \geq 3$ 일 때,

$$(x-2) + (x-3) = 1$$

$\therefore x = 3$

7. x 의 방정식 $|x-1| + |x-3| = a$ 가 서로 다른 두 개의 실근을 가질 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $a < 1$

② $a > 1$

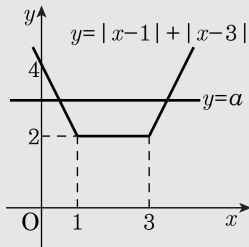
③ $a < 2$

④ $a > 2$

⑤ $a < 3$

해설

좌 우변을 각각 그래프를 그려보면
 $a > 2$



8. x 에 대한 방정식 $|x^2 + 2x - 3| = k$ 가 양의 근 2개와 음의 근 2개를 갖도록 하는 상수 k 의 값의 범위는?

① $k \geq 3$

② $k > 4$

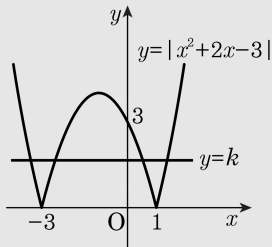
③ $3 \leq k < 4$

④ $0 < k < 3$

⑤ $0 < k < 4$

해설

방정식 $|x^2 + 2x - 3| = k$ 의 근은
두 함수 $y = |x^2 + 2x - 3|$, $y = k$ 의
그래프의 교점의 x 좌표와 같다.
따라서 그림에서 교점의 x 좌표가 양
수 2개,
음수 2개가 되려면 $0 < k < 3$



9. x 에 대한 방정식 $|x^2 - 4x - 5| = k$ 가 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $0 < k < 3$

② $0 < k < 5$

③ $3 < k < 5$

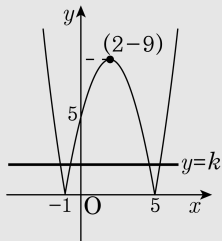
④ $1 < k < 4$

⑤ $-2 < k < 5$

해설

방정식 $|x^2 - 4x - 5| = k$ 의 실근의 개수는 함수 $y = |x^2 - 4x - 5|$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 의 교점의 개수와 같다.

$$y = |x^2 - 4x - 5| = |(x + 1)(x - 5)| = |(x - 2)^2 - 9|$$



따라서 주어진 방정식이 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는 $0 < k < 5$

10. 함수 $y = |x^2 - 2x|$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 상수 a 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$

② 0

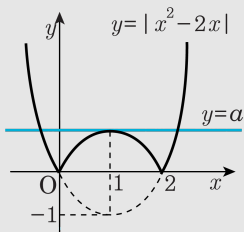
③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 2

해설

함수 $y = |x^2 - 2x|$ 의 그래프를 그리면
아래 그림과 같다.



이때, 직선 $y = a$ 와 서로 다른 세 점에서 만나려면
직선 $y = a$ 가 포물선 $y = -x^2 + 2x$ 의
꼭지점을 지나야 한다.

$$y = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1 \text{ 에서}$$

꼭지점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로 $y = 1$
 $\therefore a = 1$

11. x 에 관한 방정식 $|x^2 - 1| - x - k = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, k 의 값의 범위를 구하면?

① $1 < k < \frac{5}{4}$

② $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$

③ $-5 < k < -\frac{5}{4}$

④ $k < 1, k > \frac{5}{4}$

⑤ $\frac{4}{5} < k < 1$

해설

$|x^2 - 1| - x - k = 0$ 을 변형하여
분리하면

$$|x^2 - 1| = x + k, y = |x^2 - 1|, y = x + k$$

이 두 함수가 4개의 교점을 가지
려면

다음그림과 같아야 한다.

$$y = -x^2 + 1, y = x + k \text{가}$$

두 점에서 만나야하므로

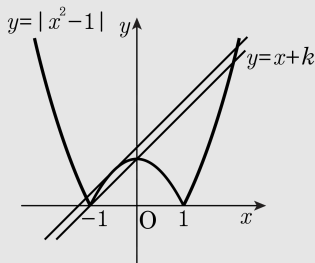
$x^2 + x + k - 1 = 0$ 의 판별식 $D > 0$ 이어야 한다.

$$D = 1 - 4k + 4 > 0 \quad \therefore k < \frac{5}{4}$$

또, 직선 $y = x + k$ 는 점 $(-1, 0)$ 을 지나는 직선 위에 존재해야
하므로

$$0 < -1 + k \quad \therefore k > 1$$

$$\therefore 1 < k < \frac{5}{4}$$



12. $|1-|1-|1-x|| = x-1$ 을 만족시키는 x 의 최솟값, 최댓값을 각각 m, M 이라 할 때, $m+M$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x-1 = |1-|1-|1-x|| \geq 0$$

$$\therefore x \geq 1$$

$$x \geq 1 \text{ 이면 } |1-x| = x-1$$

$$\therefore |1-|1-x|| = |1-(x-1)| = |2-x|$$

$$1 \leq x \leq 2 \text{ 이면}$$

$$|2-x| = 2-x \text{ 이므로}$$

$$(\text{좌변}) = |1-(2-x)|$$

$$= |x-1|$$

$$= x-1 = (\text{우변})$$

$$\therefore 1 \leq x \leq 2 \text{ 인 모든 실수 } x$$

$$\therefore m=1, M=2, M+m=3$$

13. x 에 대한 방정식 $|x^2 - 4| = 2x + m$ 이 서로 다른 4개의 실근을 가질 때, 실수 m 의 값 또는 m 의 값의 범위는?

① $-4 < m < 4$

② $m = -4$

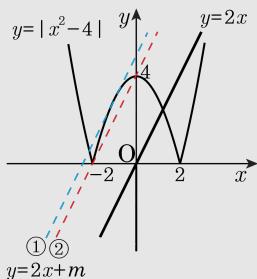
③ $m = 4$ 또는 $m = 5$

④ $4 < m < 5$

⑤ $m > 5$

해설

$y = |x^2 - 4|$ 와 $y = 2x + m$ 을 그래프로 나타내면



서로 다른 4개의 실근을 가지는 경우는 ①, ②번 그래프와 같다.

① $-x^2 + 4 = y$ 와 $2x + m = y$ 이 접하는 경우

$$-x^2 + 4 = 2x + m$$

$$x^2 + 2x + m - 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - m + 4 = 0$$

$$\therefore m = 5$$

② $y = 2x + m$ 이 $(-2, 0)$ 을 지나는 경우

$$0 = -4 + m$$

$$\therefore m = 4$$

구하는 식은 ①, ②번 그래프 사이이므로

$$\therefore 4 < m < 5$$