

1. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$
56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

2. 가로 8cm , 세로 6cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

8 과 6 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 24cm 가 된다.

3. 서로 다른 세 수 $48, 72, a$ 의 최대공약수가 24 일 때, a 의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수를 모두 고르면?

- ① 24 ② 36 ③ 56 ④ 60 ⑤ 96

해설

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 48 \quad 72 \quad a} \\ \underline{2 \quad 3 \quad \square} \end{array}$$

$48, 72, a$ 를 24로 나눈 몫이 각각 2, 3, $\square$ 이고, 최대공약수가 24가 된다. 즉, $\square$ 는 24의 배수가 되는 두 자리 자연수를 만족하여야 한다. $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 4 이고 a 의 값은 24, 96 이 된다.

4. 가로, 세로의 길이가 각각 72cm, 168cm 인 천을 남김없이 사용하여 같은 크기의 정사각형 모양의 손수건을 만들려고 한다. 가능한 한 큰 손수건을 만들 때, 손수건의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24cm

해설

72 와 168 의 최대공약수는 24 이므로 가장 큰 손수건의 한 변의 길이는 24cm 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72 \quad 168} \\ 2 \overline{) 36 \quad 84} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 42} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9 \quad 21} \\ 3 \quad 7 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

5. A_k 는 k 의 배수 모임이라고 하면 A_{12} 는 12의 배수 모임, A_{18} 은 18의 배수 모임이다. A_{12} 와 A_{18} 의 공통인 수들의 모임을 A_n 이라고 할 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

A_{12} 는 12의 배수 $\Rightarrow 12, 24, 36, \dots$,
 A_{18} 은 18의 배수 $\Rightarrow 18, 36, 54, \dots$ 이므로
 A_{12} 와 A_{18} 의 공통인 수들의 모임은 $\Rightarrow 36, 72, 108, \dots$ 이다.
 $36, 72, 108, \dots$ 는 36의 배수 모임이므로 n 은 36이다.

6. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 16 일 때, 100 이하의 A, B 의 공배수의 개수는?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 16의 배수 중 100보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $100 \div 16 = 6.25$ 따라서 200보다 작은 자연수의 개수는 6개이다.

7. a 는 한 자리 자연수이고 $2 \times a, 3 \times a, 4 \times a$ 의 최소공배수가 108 일 때, 이 세 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times a, 3 \times a, 4 \times a$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 108, a = 9$ 이다.
최대공약수는 a 이므로 9이다.

$\therefore 9$

8. 지은이와 지연이가 운동장 한 바퀴를 도는데 각각 15 분, 18 분이 걸린다. 이와 같은 속력으로 출발점을 동시에 출발하여 같은 방향으로 운동장을 둘 때, 지은이와 지연이는 몇 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만나게 되는가?

① 30 분 ② 50 분 ③ 60 분 ④ 80 분 ⑤ 90 분

해설

15 와 18 의 최소공배수는 90 이므로 두 사람은 90 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만난다.

9. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$$144 \div 48 = 3$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3번 회전한 후이다.

10. 세 자연수 5, 6, 7 중 어느 수로 나누어도 나머지가 2 인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 212

해설

5, 6, 7 의 최소공배수는 210 이므로 구하는 자연수는 $210 + 2 = 212$ 이다.

11. 두 분수 $\frac{420}{121}$, $\frac{126}{143}$ 에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다.

가장 작은 수를 곱하여 만들어진 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 130

▷ 정답 : 33

해설

두 수에 각각 $\frac{11 \times 11 \times 13}{2 \times 3 \times 7}$ 을 곱한다.

12. 최대공약수가 24인 두 자연수 a, b 에 대해 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1, 2, 24는 a, b 의 공약수이다.
- ② 12는 a, b 의 공약수이다.
- ③ a, b 의 공약수는 모두 8개이다.
- ④ 10은 a, b 의 공약수가 아니다.
- ⑤ 3, 6, 8, 36는 a, b 의 공약수이다.

해설

a, b 의 공약수는 24의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

⑤ 36은 a, b 의 공약수가 아니다.

13. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은?

- ① 4 ② 7 ③ 14 ④ 28 ⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56
56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은
7, 8, 14, 28, 56 이다.

14. 두 자연수 A, B 의 최대공약수를 $[A, B]$ 로 나타낼 때, $[A, B] = [C, D] = k$ 이다. 다음을 간단히 하여라. (단, A 와 C, D, B 와 C, D 는 서로소)

$$\left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : k

해설

$[A, B] = [C, D] = k \rightarrow A, B, C, D$ 모두 인수 k 를 가진다.
 AB 와 CD, AD 와 BC 는 모두 인수 k^2 을 가지고,
 $(A+B)$ 와 $(C+D), (A+D)$ 와 $(B+C)$ 는 모두 인수 k 를 가진다.

$$\therefore \left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right] = \left[\frac{k^2}{k}, \frac{k^2}{k} \right] = [k, k] = k$$

15. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 16 , 최소공배수가 240 일 때, $B - A$ 의 값 중 가장 큰 것을 구하여라. (단, $A < B$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 224

해설

$A = 16 \times a, B = 16 \times b$ 이고,
두 자연수 A, B 는 최대공약수가 16 , 최소공배수가 240 이므로
 $16 \times a \times b = 240$
 $a \times b = 15$ (단, a, b 는 서로소)
 $A < B$ 이므로
 $a = 1, b = 15$ 또는 $a = 3, b = 5$
(i) $a = 1, b = 15$ 일 때
 $B - A = 16 \times 15 - 16 \times 1 = 224$
(ii) $a = 3, b = 5$ 일 때
 $B - A = 16 \times 5 - 16 \times 3 = 32$
차가 가장 큰 A, B 의 값을 구해야 하므로
 $a = 1, b = 15$
 $\therefore A = 16 \times 1 = 16$
 $B = 16 \times 15 = 240$
따라서 $B - A = 240 - 16 = 224$ 이다.