1. 두 이차방정식 $x^2+3x+a=0$과 $x^2-2x+b=0$이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=-4,\ b=1$　② $a=-4,\ b=-1$

③ $a=-3,\ b=1$　④ $a=4,\ b=-1$

⑤ $a=-3,\ b=-1$

해설

$x=1$을 두 방정식에 각각 대입하면

$1+3+a=0 \ \therefore\ a=-4$

$1-2+b=0 \ \therefore\ b=1$

2. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$에 $x = -1$ 을 대입하면
$2 - a + 3a - 2 = 0$ $\therefore\ a = 0$
$a = 0$을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$에 대입하면
$2x^2 - 2 = 0,\ 2x^2 = 2$ $\therefore\ x \pm 1$
따라서 다른 한 근은 1이다.

3. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$x^2 - 2x - 8 = 0$, $x^2 + x - 20 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$
$\therefore\ x = 4,\ -2$
$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$
$\therefore\ x = 4, -5$
따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 + ax + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 가지기 위한 a 의 값을 모두 고르면?

① 1　② -2　③ 2　④ -1　⑤ 3

해설

(완전제곱식)$= 0$ 의 꼴이어야 하므로

$a = \pm\left(2 \times 1 \times \frac{1}{2}\right)$

$a = \pm 1$

5. 이차방정식 $(x-2)^2=5$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$(x-2)^2=5$

$\therefore x=2\pm\sqrt{5}$

두 근의 곱을 구하면

$(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=4-5=-1$

6. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + 3q$ 의 값은?

① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2 + 2x = \frac{5}{3}$, 양변에 $\left(2 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 1$ 을 더하면

$x^2 + 2x + 1 = \frac{5}{3} + 1$

$(x+1)^2 = \frac{8}{3}$

$\therefore p = 1,\ q = \frac{8}{3}$

$\therefore p + 3q = 1 + 3 \times \frac{8}{3} = 9$

7. 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근을 β 라 할 때, $\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근이 β 이므로

$\beta^2 - \beta + 1 = 0$

$\beta - 1 + \frac{1}{\beta} = 0$

$\beta + \frac{1}{\beta} = 1$

$\therefore \beta^2 + \frac{1}{\beta^2} = \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$

8. 이차방정식 $(3x-2)(2x+3)=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=-3$
② $x=-2$ 또는 $x=3$
③ $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$
④ $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
⑤ $x=2$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.
$3x-2=0$ 또는 $2x+3=0$
$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

9. 이차방정식 $(x+3)^2 = 4x+9$ 를 인수분해를 이용하여 풀면?

① $x=0$ 또는 $x=3$
② $x=0$ 또는 $x=-3$
③ $x=0$ 또는 $x=-2$
④ $x=0$ 또는 $x=2$
⑤ $x=-2$ 또는 $x=-3$

해설

방정식을 정리하면 $x^2+2x=0$
$x(x+2)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=-2$

10. 이차방정식 $x^2+ax-20=0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2-3x+b=0$ 의 근일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 44 ② −44 ③ 45 ④ −45 ⑤ −50

해설

$x=5$ 를 $x^2+ax-20=0$ 에 대입하면

$25+5a-20=0$

$\therefore\ a=-1$

$x^2-x-20=(x-5)(x+4)=0$

따라서 다른 한 근은 $x=-4$ 이다.

$x=-4$ 를 $2x^2-3x+b=0$ 에 대입하면

$32+12+b=0$ 이다.

$\therefore\ b=-44$

$\therefore\ a+b=-1+(-44)=-45$

11. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

주어진 식에 x 대신 3 을 대입하면

$3^2 - 10 \times 3 + a = 0$ $\quad \therefore a = 21$

$3^2 + b = 0$ $\quad \therefore b = -9$

$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$

12. 이차방정식 $x^2+4x+2=0$ 을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$x^2+4x+2=0$
$(x+2)^2=2$
$(x+a)^2=b$
$\therefore\ a=2,\ b=2$
$\therefore\ a+b=4$

13. 다음 중 해가 옳게 짝지어진 것은?

① $3x^2+6x+1=0 \rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{6}}{6}$

② $2(x+5)^2=7 \rightarrow x=-5\pm\sqrt{7}$

③ $(x-7)^2=-8 \rightarrow x=7\pm\sqrt{-8}$

④ $2x^2-6x+1=0 \rightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{7}}{2}$

⑤ $3(x+1)^2=5 \rightarrow x=-1\pm\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

해설

① $3(x+1)^2=2 \rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{6}}{3}$

② $2(x+5)^2=7 \rightarrow x=\dfrac{-10\pm\sqrt{14}}{2}$

③ 제곱을 해서 음수일 수 없다.

⑤ $3(x+1)^2=5 \rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$

14. 이차방정식 $a(x-p)^2 = q$에서 $aq < 0$일 때, 근의 개수를 구하여라.
(단, 근이 2개이면 2, 1개이면 1, 근이 없으면 0이라고 써라.)

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$(x-p)^2 = \frac{q}{a}$, $x - p = \pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

$\therefore\ x = p \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$

$aq < 0$이므로 $\frac{q}{a} < 0$

$\therefore$ 0개

15. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2-3x-b}{4x^2+cx-5}=2$$

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2-3x-b}{4x^2+cx-5}=2$를 정리하면,

$(a-8)x^2+(-3-2c)x-b+10=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-8=0,\ -3-2c=0,\ -b+10=0$

$\therefore\ a=8,\ b=10,\ c=-\frac{3}{2}$

$a+b+c=\frac{33}{2}$ 이다.

16. $5x+2 \le 4x+5$이고 x는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$x^2-6x+5=0$

① $x=1,\ x=3$　② $x=1,\ x=5$　③ $x=1$

④ $x=2,\ x=3$　⑤ $x=2,\ x=5$

해설

$5x+2 \le 4x+5$ 에서 $x \le 3$ 이다.
따라서 x의 값은 1, 2, 3이다.
$x^2-6x+5=0$를 만족하는 x의 값은 $x=1,\ x=5$이므로
이차방정식의 해는 $x=1$이다.

17. 이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 한 근이 m 일 때, $\dfrac{m^2}{1+2m}-\dfrac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 에 $x=m$ 을 대입하면,

$m^2-2m-1=0$

$1+2m=m^2$, $1-m^2=-2m$

$\therefore \dfrac{m^2}{1+2m}-\dfrac{6m}{1-m^2}=\dfrac{m^2}{m^2}-\dfrac{6m}{-2m}=1+3=4$

18. 다음 중 $(a-2)(b+1)=0$을 만족하는 a, b를 모두 고른 것은?

㉠ $a=2, b=1$	㉡ $a=3, b=1$
㉢ $a=1, b=-1$	㉣ $a=2, b=-1$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉣
④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$a-2=0$ 또는 $b+1=0$
$a=2$ 또는 $b=-1$
따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

19. 이차방정식 $4x^2+px-5p=0$ 을 $(2x-A)^2=B$ 의 꼴로 변형하였더니 $B=0$ 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라. $(p\neq 0)$

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$4x^2+px-5p=0$ 을 변형하면

$\left(2x+\frac{p}{4}\right)^2=5p+\frac{p^2}{16}$

즉, $B=0$ 이므로

$5p+\frac{p^2}{16}=0$

$80p+p^2=0$

$p(p+80)=0$

$p\neq 0$ 이므로

$\therefore\ p=-80$

따라서 $A=-\frac{p}{4}=20$ 이다.

20. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수 m 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

㉠ $3x+5=m+1$	㉡ $3x^2+2x-9=0$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

㉡ $3x^2+2x-9=0$

$x^2+\frac{2}{3}x-3=0$

$\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{28}{9}$

$\therefore\ x=\frac{-1\pm 2\sqrt{7}}{3}$

㉠ $3x+5=m+1$

$\therefore\ x=\frac{m-4}{3}$

$\frac{-1-2\sqrt{7}}{3}<\frac{m-4}{3}<\frac{-1+2\sqrt{7}}{3}$

$-1-2\sqrt{7}<m-4<-1+2\sqrt{7}$

$3-2\sqrt{7}<m<3+2\sqrt{7}$

정수 m 의 최솟값은 -2, 최댓값은 8 이다.

$\therefore\ -2+8=6$