

1. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 1$

② $a = -4, b = -1$

③ $a = -3, b = 1$

④ $a = 4, b = -1$

⑤ $a = -3, b = -1$

해설

$x = 1$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$$

$$1 - 2 + b = 0 \therefore b = 1$$

2. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = 0$$

$a = 0$ 을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 대입하면

$$2x^2 - 2 = 0, \quad 2x^2 = 2 \quad \therefore x = \pm 1$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

3. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$$x^2 - 2x - 8 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4, -2$$

$$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 4, -5$$

따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 + ax + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 가지기 위한 a 의 값을 모두 고르면?

① 1

② -2

③ 2

④ -1

⑤ 3

해설

(완전제곱식) = 0 의 꼴이어야 하므로

$$a = \pm \left(2 \times 1 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$a = \pm 1$$

5. 이차방정식 $(x - 2)^2 = 5$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(x - 2)^2 = 5$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{5}$$

두 근의 곱을 구하면

$$(2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$

6. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + 3q$ 의 값은?

① 10

② 9

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + 2x = \frac{5}{3}, \text{ 양변에 } \left(2 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 1 \text{ 을 더하면}$$

$$x^2 + 2x + 1 = \frac{5}{3} + 1$$

$$(x + 1)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p = 1, q = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p + 3q = 1 + 3 \times \frac{8}{3} = 9$$

7. 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근을 β 라 할 때, $\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근이 β 이므로

$$\beta^2 - \beta + 1 = 0$$

$$\beta - 1 + \frac{1}{\beta} = 0$$

$$\beta + \frac{1}{\beta} = 1$$

$$\therefore \beta^2 + \frac{1}{\beta^2} = \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

8. 이차방정식 $(3x - 2)(2x + 3) = 0$ 을 풀면?

① $x = 2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

④ $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

$$3x - 2 = 0 \text{ 또는 } 2x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

9. 이차방정식 $(x+3)^2 = 4x+9$ 를 인수분해를 이용하여 풀면?

① $x=0$ 또는 $x=3$

② $x=0$ 또는 $x=-3$

③ $x=0$ 또는 $x=-2$

④ $x=0$ 또는 $x=2$

⑤ $x=-2$ 또는 $x=-3$

해설

방정식을 정리하면 $x^2 + 2x = 0$

$$x(x+2) = 0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=-2$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 44

② -44

③ 45

④ -45

⑤ -50

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면

$$25 + 5a - 20 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) = 0$$

따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.

$x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면

$$32 + 12 + b = 0 \text{ 이다.}$$

$$\therefore b = -44$$

$$\therefore a + b = -1 + (-44) = -45$$

11. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 21$$

$$3^2 + b = 0 \quad \therefore b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

12. 이차방정식 $x^2 + 4x + 2 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 2$$

$$(x + a)^2 = b$$

$$\therefore a = 2, b = 2$$

$$\therefore a + b = 4$$

13. 다음 중 해가 옳게 짝지어진 것은?

① $3x^2 + 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{6}$

② $2(x+5)^2 = 7 \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{7}$

③ $(x-7)^2 = -8 \rightarrow x = 7 \pm \sqrt{-8}$

④ $2x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$

⑤ $3(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

① $3(x+1)^2 = 2 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{3}$

② $2(x+5)^2 = 7 \rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{14}}{2}$

③ 제곱을 해서 음수일 수 없다.

⑤ $3(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{3}$

14. 이차방정식 $a(x-p)^2 = q$ 에서 $aq < 0$ 일 때, 근의 개수를 구하여라.
(단, 근이 2개이면 2, 1개이면 1, 근이 없으면 0이라고 써라.)

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$(x-p)^2 = \frac{q}{a}, x-p = \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$$

$$\therefore x = p \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$$

$$aq < 0 \text{ 이므로 } \frac{q}{a} < 0$$

$\therefore$ 0개

15. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{7}{2}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{11}{2}$

⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2 \text{를 정리하면,}$$

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{ 이다.}$$

16. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

① $x = 1, x = 3$

② $x = 1, x = 5$

③ $x = 1$

④ $x = 2, x = 3$

⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

17. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, \quad 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

18. 다음 중 $(a-2)(b+1)=0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

㉠ $a=2, b=1$

㉡ $a=3, b=1$

㉢ $a=1, b=-1$

㉣ $a=2, b=-1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$$a-2=0 \text{ 또는 } b+1=0$$

$$a=2 \text{ 또는 } b=-1$$

따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

19. 이차방정식 $4x^2 + px - 5p = 0$ 을 $(2x - A)^2 = B$ 의 꼴로 변형하였더니 $B = 0$ 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라. ($p \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$4x^2 + px - 5p = 0$ 을 변형하면

$$\left(2x + \frac{p}{4}\right)^2 = 5p + \frac{p^2}{16}$$

즉, $B = 0$ 이므로

$$5p + \frac{p^2}{16} = 0$$

$$80p + p^2 = 0$$

$$p(p + 80) = 0$$

$p \neq 0$ 이므로

$$\therefore p = -80$$

따라서 $A = -\frac{p}{4} = 20$ 이다.

20. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수 m 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

$$\textcircled{㉠} \quad 3x + 5 = m + 1$$

$$\textcircled{㉡} \quad 3x^2 + 2x - 9 = 0$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\textcircled{㉡} \quad 3x^2 + 2x - 9 = 0$$

$$x^2 + \frac{2}{3}x - 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{28}{9}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

$$\textcircled{㉠} \quad 3x + 5 = m + 1$$

$$\therefore x = \frac{m-4}{3}$$

$$\frac{-1-2\sqrt{7}}{3} < \frac{m-4}{3} < \frac{-1+2\sqrt{7}}{3}$$

$$-1-2\sqrt{7} < m-4 < -1+2\sqrt{7}$$

$$3-2\sqrt{7} < m < 3+2\sqrt{7}$$

정수 m 의 최솟값은 -2 , 최댓값은 8 이다.

$$\therefore -2 + 8 = 6$$