1. 다음 보기의 분수들 중 유한소수가 아닌 분수들은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $-\frac{1}{2}$	㉡ $\frac{23}{7}$
㉢ $-\frac{1}{350}$	㉣ $\frac{8}{2\times5\times7}$
㉤ $\frac{11}{111}$	㉥ $\frac{63}{2\times5\times3^2\times7}$

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

유한소수는 분모의 소인수가 2 또는 5 만 가져야 함

㉠ $-\frac{1}{2}$ (유한소수)

㉡ $\frac{23}{7}$ (무한소수)

㉢ $-\frac{1}{2\times5^2\times7}$ (무한소수)

㉣ $\frac{4}{5\times7}$ (무한소수)

㉤ $\frac{11}{3\times37}$ (무한소수)

㉥ $\frac{1}{2\times5}$ (유한소수)

2. 다음 순환소수 중에서 $\frac{9}{10}$ 보다 크거나 $\frac{3}{5}$ 이하인 수는 모두 몇 개인가?

㉠ $0.\dot{2}$	㉡ $0.\dot{3}$	㉢ $0.\dot{4}$	㉣ $0.\dot{5}$	㉤ $0.\dot{6}$
㉥ $0.\dot{7}$	㉦ $0.\dot{8}$	㉧ $0.\dot{9}$		

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$\frac{9}{10} = 0.9$ 보다 큰 수 : $0.\dot{9}$

$\frac{3}{5} = 0.6$ 이하의 수 $0.\dot{2}$, $0.\dot{3}$, $0.\dot{4}$, $0.\dot{5}$

3. $4x^4 \div x^2 \div (2x)^3$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2x}$

해설

$4x^4 \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{8x^3} = \frac{4x^4}{8x^5} = \frac{1}{2x}$

4. $\left(-\frac{y^2z^b}{3x^a}\right)^3 = -\frac{y^dz^9}{cx^{12}}$ 을 만족하는 $a,\ b,\ c,\ d$가 있을 때, $a-b+c-d$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$-\frac{y^6z^{3b}}{27x^{3a}} = -\frac{y^dz^9}{cx^{12}}$

$3a = 12 \quad \therefore a = 4$

$3b = 9 \quad \therefore b = 3$

$27 = c,\ 6 = d$

$\therefore a - b + c - d = 22$

5. $(x-6)(x+a)$ 의 전개식에서 x 의 계수가 5 일 때, 상수항은?(단, a 는 상수이다.)

① -66 ② -30 ③ -5 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-6)(x+a) = x^2 + (-6+a)x - 6a$ 에서 x 의 계수가 5 라고 했으므로 $-6+a=5$ 이고, $a=11$ 이다.
따라서 상수항은 $-6a = (-6)\times 11 = -66$ 이다.

6. 순서쌍 $(a,\ 2a)$ 가 일차방정식 $4x + 3y = 6$ 의 해일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{5}$

해설

$x = a, y = 2a$ 를 대입하면

$4 \times a + 3 \times 2a = 10a = 6$ 에서

$a = \frac{3}{5}$

7. 일차방정식 $ax+y-4=0$ 의 한 해가 $(1,\ 1)$ 이고 또 다른 해가 $(b,-2)$ 일 때, a, b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=3$

▷ 정답 : $b=2$

해설

$ax+y-4=0$에 $(1,1)$을 대입하면
$a+1-4=0$
$a=3$
그러므로 $3x+y-4=0$
$(b,-2)$를 대입하면
$3b-2-4=0$
$b=2$

8. $\frac{a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다. a 가 두 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값은?

① 73 ② 75 ③ 83 ④ 89 ⑤ 90

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야 하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.
따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.
$\frac{63}{180} = \frac{7}{20}$ 이므로 $b = 20$ 이다.
따라서 $a + b = 83$ 이다.

9. 두 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$, $0.\dot{b}\dot{a}$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{10a+b+10b+a}{99} = \frac{11a+11b}{99} = \frac{a+b}{9}$$
$$= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}$$

$\therefore\ a+b=3$

a, b 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$a=1,\ b=2$

$\therefore a-b=-1$

10. 어떤 자연수에 $2.\dot{2}$를 곱해야 할 것을 2.2를 곱하였더니 차가 0.2가 생겼다. 이때, 이 자연수를 구하면?

① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

해설

어떤 자연수를 x라 할 때 $2.\dot{2} > 2.2$이므로

$x \times 2.\dot{2} - x \times 2.2 = 0.2$

$\frac{20}{9}x - \frac{22}{10}x = \frac{2}{10}$

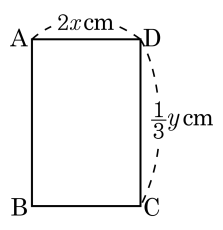
양변의 90을 곱하면

$200x - 198x = 18$

$2x = 18$

$\therefore x = 9$

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2x\,\text{cm}$, $\overline{CD} = \frac{1}{3}y\,\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. $\overline{AD}$를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피는 $\overline{CD}$를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배 ④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.
(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) × (높이) 이므로
$\overline{AD}$를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

$\overline{CD}$를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2 y$$

$$\therefore\ \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2 y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2 y} = \frac{y}{6x}\ (\text{배})$$

12. $3x-2\left\{x+2y-\left(y-3x-\square\right)\right\}=-7x-6y$ 일 때, $\square$안에 알맞은 식은?

① $-2x-y$　　② $-2x+y$　　③ $x+y$

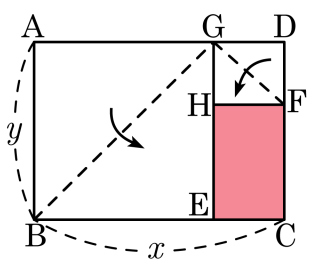
④ $x+2y$　　⑤ $3x+3y$

해설

$3x-2\left\{x+2y-\left(y-3x-\square\right)\right\}$
$=3x-2\left(x+2y-y+3x+\square\right)$
$=3x-2x-4y+2y-6x-2\square$
$=-5x-2y-2\square$
$=-7x-6y$

$\therefore\ \square=x+2y$

13. 가로의 길이가 $x$cm , 세로의 길이가 $y$cm $(x > y)$ 인 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF 의 넓이를 나타내는 식을 구하면?



① $(-x^2 + 2y^2)\text{cm}^2$
② $(-x^2 - 2y^2)\text{cm}^2$
③ $(-x^2 + 3xy - 2y^2)\text{cm}^2$
④ $(-x^2 + 6xy - 2y^2)\text{cm}^2$
⑤ $(-x^2 + 9xy - 2y^2)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었다는 것은 □ABEG 와 □GHFD 가 정사각형이라는 뜻이다.
$\overline{GD}$ 의 길이는 $x - y$ 이고, □GHFD 이 정사각형이므로 $\overline{GH}$ 길이도 $x - y$ 이다.
따라서 $\overline{HE}$ 의 길이는 $y - (x - y) = -x + 2y$ 이다.
사각형 HECF 의 넓이는 $(x - y)(-x + 2y) = -x^2 + 3xy - 2y^2$ 이 된다.

14. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. (　　) 에 알맞은 수는?

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63}$ $=2^{(\quad)}$

① 126　② 127　③ 128　④ 129　⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2}\times(4-2)$ 를 곱한다.

($\frac{1}{2}\times(4-2)=1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32})=\frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$

$=\frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$

$=2^{127}-2^{63}$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\quad)}$ 이므로

$\therefore\ 2^{(\quad)}=2^{127}$　　$\therefore\ (\quad)=127$

15. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3$ 일 때, $\frac{a+3ab+b}{a-ab+b}$ 의 값은?

① -3　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 3

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3,\ \frac{a+b}{ab}=3$

$\therefore\ 3ab=a+b$

$$\begin{aligned}\frac{a+3ab+b}{a-ab+b}&=\frac{3ab+3ab}{3ab-ab}\\&=\frac{6ab}{2ab}\\&=3\end{aligned}$$

16. $x+\frac{1}{y}=1,\ y+\frac{1}{2z}=1$ 일 때, $z+\frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1　　② -1　　③ 0　　④ $-\frac{1}{2}$　　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x+\frac{1}{y}=1,\ y+\frac{1}{2z}=1$ 을 x와 z를 y에 관하여 풀면, $x=\frac{y-1}{y}$,

$z=\frac{1}{2(1-y)}$

$z+\frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} z+\frac{1}{2x} &= \frac{1}{2(1-y)}+\frac{y}{2(y-1)} \\ &= \frac{1}{2(1-y)}-\frac{y}{2(1-y)} \\ &= \frac{1-y}{2(1-y)}=\frac{1}{2} \end{aligned}$$

17. 순서쌍 $(a+2,\ a+1)$ 이 연립방정식 $2x-3y=6,\ -3x+by=1$ 의 해일 때, 상수 $a,\ b$ 의 차 $a-b$ 의 값은?

① -4　② -7　③ -9　④ -12　⑤ -13

해설

$(a+2,\ a+1)$ 을 $2x-3y=6$ 에 대입하면 $-a+1=6$, 따라서 $a=-5$ 이고,
$x=-5+2=-3,\ y=-5+1=-4$ 가 나온다.
$(-3,\ -4)$ 를 $-3x+by=1$ 에 대입하면
$(-3)\times(-3)-4\times b=1$
따라서 $b=2$ 가 된다.
$\therefore\ a-b=-5-2=-7$

18. 100 이하의 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{90}$ 은 유한소수이고, $\frac{x}{90} - \left[\frac{x}{90}\right] \neq 0$ 이다. 이것을 만족하는 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 10 개

해설

$\frac{x}{90} - \left[\frac{x}{90}\right] = 0$ 가 되는 x 의 값은 90 이므로

$\frac{x}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되려면 x 는 90 이 아닌 9 의 배수이어야 한다.

따라서 x 는 90 을 제외한 100 이하의 9 의 배수, 따라서 10 개이다.

19. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 3　　② 4　　③ 6　　④ 9　　⑤ 12

해설

$3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3} = (3^4)^3 = 3^{12} = 81^3$

$3^{x+3} = 3^{12}$ 에서 $x + 3 = 12$

$\therefore x = 9$

20. 다음 $\square$안에 들어갈 수들의 합을 구하여라.

$$a^2 \times a^{\square} \times b^{\square} \times b^5 = a^8 b^6$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

(준식) $= a^{2+\square} \times b^{\square+5}$
$= a^8 b^6$

$2 + \square = 8$, $\square = 6$

$\square + 5 = 6$, $\square = 1$

$\therefore 6 + 1 = 7$

21. 함수 $f(x) = x - 10[\frac{x}{10}]$ 라 하고 $g(x) = 3^x$ 라 할 때, $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000))$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5000

해설

$f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000)) = f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{1000})$

예를 들어 $f(125) = 125 - 10[\frac{125}{10}] = 125 - 10 \times 12 = 5$, $f(79) = 79 - 10 \times 7 = 9$

즉, 함수 $f(x)$ 의 값은 x 의 일의 자리의 숫자이다.

따라서 $f(3^1) = 3, f(3^2) = 9, f(3^3) = 7, f(3^4) = 1, f(3^5) = 3, \cdots$ 이므로 3^n 의 일의 자리 숫자 $3, 9, 7, 1$ 이 반복된다.

$1000 = 4 \times 250$ 이므로

$f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000))$

$= f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{1000})$

$= (3 + 9 + 7 + 1) \times 250 = 20 \times 250 = 5000$

22. $x : y = 3 : 4$ 일 때, $\dfrac{5x^2}{2x^2+3y^2} - \dfrac{y^2}{3x^2-y^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{17}{22}$

해설

$x : y = 3 : 4$

$3y = 4x$

$y = \dfrac{4}{3}x$

$$(\text{준식}) = \frac{5x^2}{2x^2+3\times\frac{16}{9}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{3x^2-\frac{16}{9}x^2}$$

$$= \frac{5x^2}{\frac{22}{3}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{\frac{11}{9}x^2}$$

$$= \frac{15}{22} - \frac{16}{11}$$

$$= -\frac{17}{22}$$

23. $a\%$ 의 설탕물 xg 에 yg 의 물을 더 부어 $b\%$ 의 설탕물이 되었다. y 를 a, b, x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{ax}{b} - x$

해설

$\frac{a \times x}{100} = \frac{b \times (x+y)}{100}$

$ax = b(x+y)$

$x + y = \frac{ax}{b}$

$\therefore y = \frac{ax}{b} - x$

24. 다음 연립방정식의 해를 구하여라. (단, $xy \neq 0$)

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{y^3} + \dfrac{1}{x} = 2 \\ 3\left(\dfrac{x}{y^2} + \dfrac{y}{x^2}\right) = 2 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 14$

▷ 정답 : $y = \dfrac{14}{3}$

해설

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{y^3} + \dfrac{1}{x} = 2 \\ 3\left(\dfrac{x}{y^2} + \dfrac{y}{x^2}\right) = 2 \end{cases}$$ 에서

$x^3 + y^3 = 2xy^3 \cdots$ ㉠

$3(x^3 + y^3) = 2x^2y^2 \cdots$ ㉡

㉠ ÷ ㉡ 을 하면

$\dfrac{1}{3} = \dfrac{y}{x}$ $\therefore x = 3y$

$x = 3y$ 를 ㉠에 대입하면 $y = \dfrac{14}{3}, x = 14$

$\therefore x = 14, y = \dfrac{14}{3}$

25. 연립방정식 $\begin{cases} 3x+4y=-7 \\ ax+2y=4 \end{cases}$ 의 해가 $x=m,\ y=n$ 일 때, 일차방정식 $12m-5n=14$ 를 만족시킨다. 이 때, $am-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$3x+4y=-7$ 의 해가 $x=m$, $y=n$ 이므로 $3m+4n=-7$

$\begin{cases} 3m+4n=-7\cdots① \\ 12m-5n=14\cdots② \end{cases}$

① $\times 4-$ ② 를 하면

$m=\frac{1}{3},\quad n=-2$

$ax+2y=4$ 에 $x=\frac{1}{3}$, $y=-2$ 를 대입

$\frac{1}{3}a-4=4$

$\frac{1}{3}a=8$

$a=24$

$\therefore\ am-n=24\times\frac{1}{3}+2=10$