

1. 다음 보기의 분수들 중 유한소수가 아닌 분수들은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $-\frac{1}{2}$

㉡ $\frac{23}{7}$

㉢ $-\frac{1}{350}$

㉣ $\frac{8}{2 \times 5 \times 7}$

㉤ $\frac{11}{111}$

㉥ $\frac{63}{2 \times 5 \times 3^2 \times 7}$

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

⑤ 6개

해설

유한소수는 분모의 소인수가 2 또는 5 만 가져야 함

㉠ $-\frac{1}{2}$ (유한소수)

㉡ $\frac{23}{7}$ (무한소수)

㉢ $-\frac{1}{2 \times 5^2 \times 7}$ (무한소수)

㉣ $\frac{4}{5 \times 7}$ (무한소수)

㉤ $\frac{11}{3 \times 37}$ (무한소수)

㉥ $\frac{1}{2 \times 5}$ (유한소수)

2. 다음 순환소수 중에서 $\frac{9}{10}$ 보다 크거나 $\frac{3}{5}$ 이하인 수는 모두 몇 개인가?

㉠ $0.\dot{2}$

㉡ $0.\dot{3}$

㉢ $0.\dot{4}$

㉣ $0.\dot{5}$

㉤ $0.\dot{6}$

㉥ $0.\dot{7}$

㉦ $0.\dot{8}$

㉧ $0.\dot{9}$

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$$\frac{9}{10} = 0.9 \text{ 보다 큰 수 : } 0.\dot{9}$$

$$\frac{3}{5} = 0.6 \text{ 이하의 수 } 0.\dot{2}, 0.\dot{3}, 0.\dot{4}, 0.\dot{5}$$

3. $4x^4 \div x^2 \div (2x)^3$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2x}$

해설

$$4x^4 \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{8x^3} = \frac{4x^4}{8x^5} = \frac{1}{2x}$$

4. $\left(-\frac{y^2z^b}{3x^a}\right)^3 = -\frac{y^dz^9}{cx^{12}}$ 을 만족하는 a, b, c, d 가 있을 때, $a - b + c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$$-\frac{y^6z^{3b}}{27x^{3a}} = -\frac{y^dz^9}{cx^{12}}$$

$$3a = 12 \quad \therefore a = 4$$

$$3b = 9 \quad \therefore b = 3$$

$$27 = c, \quad 6 = d$$

$$\therefore a - b + c - d = 22$$

5. $(x-6)(x+a)$ 의 전개식에서 x 의 계수가 5 일 때, 상수항은?(단, a 는 상수이다.)

- ① -66 ② -30 ③ -5 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-6)(x+a) = x^2 + (-6+a)x - 6a$ 에서 x 의 계수가 5 라고 했으므로 $-6+a=5$ 이고, $a=11$ 이다.

따라서 상수항은 $-6a = (-6) \times 11 = -66$ 이다.

6. 순서쌍 $(a, 2a)$ 가 일차방정식 $4x + 3y = 6$ 의 해일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{5}$

해설

$x = a, y = 2a$ 를 대입하면

$4 \times a + 3 \times 2a = 10a = 6$ 에서

$$a = \frac{3}{5}$$

7. 일차방정식 $ax + y - 4 = 0$ 의 한 해가 $(1, 1)$ 이고 또 다른 해가 $(b, -2)$ 일 때, a, b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$ax + y - 4 = 0$ 에 $(1, 1)$ 을 대입하면

$$a + 1 - 4 = 0$$

$$a = 3$$

그러므로 $3x + y - 4 = 0$

$(b, -2)$ 를 대입하면

$$3b - 2 - 4 = 0$$

$$b = 2$$

8. $\frac{a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다.
 a 가 두 자리의 자연수일 때, $a + b$ 의 값은?

① 73

② 75

③ 83

④ 89

⑤ 90

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야
하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.

$\frac{63}{180} = \frac{7}{20}$ 이므로 $b = 20$ 이다.

따라서 $a + b = 83$ 이다.

9. 두 순환소수 $0.\dot{a}b$, $0.\dot{b}a$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\frac{10a + b + 10b + a}{99} &= \frac{11a + 11b}{99} = \frac{a + b}{9} \\ &= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}\end{aligned}$$

$$\therefore a + b = 3$$

a, b 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = -1$$

10. 어떤 자연수에 $2.\dot{2}$ 를 곱해야 할 것을 2.2 를 곱하였더니 차가 0.2 가 생겼다. 이때, 이 자연수를 구하면?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

어떤 자연수를 x 라 할 때 $2.\dot{2} > 2.2$ 이므로

$$x \times 2.\dot{2} - x \times 2.2 = 0.2$$

$$\frac{20}{9}x - \frac{22}{10}x = \frac{2}{10}$$

양변의 90을 곱하면

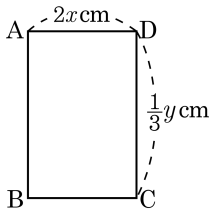
$$200x - 198x = 18$$

$$2x = 18$$

$$\therefore x = 9$$

11.

다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2x \text{ cm}$, $\overline{CD} = \frac{1}{3}y \text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. $\overline{AD}$ 를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 $\overline{CD}$ 를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



- ① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배 ④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.

(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로

$\overline{AD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

$\overline{CD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2y$$

$$\therefore \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2y} = \frac{y}{6x} \text{ (배)}$$

12. $3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \boxed{})\} = -7x - 6y$ 일 때, $\boxed{}$ 안에 알맞은 식은?

① $-2x - y$

② $-2x + y$

③ $x + y$

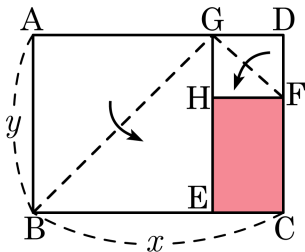
④ $x + 2y$

⑤ $3x + 3y$

해설

$$\begin{aligned} & 3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \boxed{})\} \\ &= 3x - 2 (x + 2y - y + 3x + \boxed{}) \\ &= 3x - 2x - 4y + 2y - 6x - 2\boxed{} \\ &= -5x - 2y - 2\boxed{} \\ &= -7x - 6y \\ \therefore \boxed{} &= x + 2y \end{aligned}$$

13. 가로 길이가 $x\text{cm}$, 세로 길이가 $y\text{cm}$ ($x > y$)인 직사각형 ABCD를 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF의 넓이를 나타내는 식을 구하면?



- ① $(-x^2 + 2y^2)\text{cm}^2$ ② $(-x^2 - 2y^2)\text{cm}^2$
 ③ $(-x^2 + 3xy - 2y^2)\text{cm}^2$ ④ $(-x^2 + 6xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ⑤ $(-x^2 + 9xy - 2y^2)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었다는 것은 $\square ABEG$ 와 $\square GHFD$ 가 정사각형이라는 뜻이다.

$\overline{GD}$ 의 길이는 $x-y$ 이고, $\square GHFD$ 이 정사각형이므로 $\overline{GH}$ 길이도 $x-y$ 이다.

따라서 $\overline{HE}$ 의 길이는 $y - (x-y) = -x + 2y$ 이다.

사각형 HECF의 넓이는 $(x-y)(-x+2y) = -x^2 + 3xy - 2y^2$ 이 된다.

14. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. () 에 알맞은 수는?

$$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63} \\ = 2^{(\quad)}$$

① 126

② 127

③ 128

④ 129

⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2} \times (4-2)$ 를 곱한다.

$(\frac{1}{2} \times (4-2) = 1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32}) = \frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$$

$$= \frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$$

$$= 2^{127}-2^{63}$$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\quad)}$ 이므로

$$\therefore 2^{(\quad)}=2^{127} \quad \therefore (\quad)=127$$

15. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$ 일 때, $\frac{a + 3ab + b}{a - ab + b}$ 의 값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 3

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3, \frac{a+b}{ab} = 3$$

$$\therefore 3ab = a + b$$

$$\begin{aligned} \frac{a + 3ab + b}{a - ab + b} &= \frac{3ab + 3ab}{3ab - ab} \\ &= \frac{6ab}{2ab} \\ &= 3 \end{aligned}$$

16. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 0

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{2x} = \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)}$$

$$= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)}$$

$$= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2}$$

17. 순서쌍 $(a + 2, a + 1)$ 이 연립방정식 $2x - 3y = 6$, $-3x + by = 1$ 의 해일 때, 상수 a, b 의 차 $a - b$ 의 값은?

① -4

② -7

③ -9

④ -12

⑤ -13

해설

$(a + 2, a + 1)$ 을 $2x - 3y = 6$ 에 대입하면 $-a + 1 = 6$, 따라서 $a = -5$ 이고,

$x = -5 + 2 = -3$, $y = -5 + 1 = -4$ 가 나온다.

$(-3, -4)$ 를 $-3x + by = 1$ 에 대입하면

$$(-3) \times (-3) - 4 \times b = 1$$

따라서 $b = 2$ 가 된다.

$$\therefore a - b = -5 - 2 = -7$$

18. 100 이하의 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{90}$ 은 유한소수이고, $\frac{x}{90} - \left[\frac{x}{90}\right] \neq 0$ 이다. 이것을 만족하는 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

$\frac{x}{90} - \left[\frac{x}{90}\right] = 0$ 가 되는 x 의 값은 90 이므로

$\frac{x}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되려면 x 는 90 이 아닌 9 의 배수이어야 한다.

따라서 x 는 90 을 제외한 100 이하의 9 의 배수, 따라서 10 개 이다.

19. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3} = (3^4)^3 = 3^{12} = 81^3$$

$$3^{x+3} = 3^{12} \text{ 에서 } x+3 = 12$$

$$\therefore x = 9$$

20. 다음 안에 들어갈 수들의 합을 구하여라.

$$a^2 \times a^{\square} \times b^{\square} \times b^5 = a^8 b^6$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^{2+\square} \times b^{\square+5} \\ &= a^8 b^6\end{aligned}$$

$$2 + \square = 8, \quad \square = 6$$

$$\square + 5 = 6, \quad \square = 1$$

$$\therefore 6 + 1 = 7$$

21. 함수 $f(x) = x - 10\left[\frac{x}{10}\right]$ 라 하고 $g(x) = 3^x$ 라 할 때, $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000))$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5000

해설

$$f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000)) = f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{1000})$$

$$\begin{aligned} \text{예를 들어 } f(125) &= 125 - 10\left[\frac{125}{10}\right] = 125 - 10 \times 12 = 5, \quad f(79) = \\ 79 - 10 \times 7 &= 9 \end{aligned}$$

즉, 함수 $f(x)$ 의 값은 x 의 일의 자리의 숫자이다.

따라서 $f(3^1) = 3, f(3^2) = 9, f(3^3) = 7, f(3^4) = 1, f(3^5) = 3, \dots$ 이므로 3^n 의 일의 자리 숫자 3, 9, 7, 1 이 반복된다.

$1000 = 4 \times 250$ 이므로

$$\begin{aligned} f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000)) \\ &= f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{1000}) \\ &= (3 + 9 + 7 + 1) \times 250 = 20 \times 250 = 5000 \end{aligned}$$

22. $x : y = 3 : 4$ 일 때, $\frac{5x^2}{2x^2 + 3y^2} - \frac{y^2}{3x^2 - y^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{17}{22}$

해설

$$x : y = 3 : 4$$

$$3y = 4x$$

$$y = \frac{4}{3}x$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5x^2}{2x^2 + 3 \times \frac{16}{9}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{3x^2 - \frac{16}{9}x^2} \\&= \frac{5x^2}{\frac{22}{3}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{\frac{11}{9}x^2} \\&= \frac{15}{22} - \frac{16}{11} \\&= -\frac{17}{22}\end{aligned}$$

23. $a\%$ 의 설탕물 xg 에 yg 의 물을 더 부어 $b\%$ 의 설탕물이 되었다. y 를 a, b, x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{ax}{b} - x$

해설

$$\frac{a \times x}{100} = \frac{b \times (x + y)}{100}$$

$$ax = b(x + y)$$

$$x + y = \frac{ax}{b}$$

$$\therefore y = \frac{ax}{b} - x$$

24. 다음 연립방정식의 해를 구하여라. (단, $xy \neq 0$)

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x} = 2 \\ 3\left(\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}\right) = 2 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 14$

▷ 정답 : $y = \frac{14}{3}$

해설

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x} = 2 \\ 3\left(\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}\right) = 2 \end{cases} \quad \text{에서}$$

$$x^3 + y^3 = 2xy^3 \dots \textcircled{㉠}$$

$$3(x^3 + y^3) = 2x^2y^2 \dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} \div \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$\frac{1}{3} = \frac{y}{x} \therefore x = 3y$$

$$x = 3y \text{ 를 } \textcircled{㉠} \text{ 에 대입하면 } y = \frac{14}{3}, x = 14$$

$$\therefore x = 14, y = \frac{14}{3}$$

25. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ ax + 2y = 4 \end{cases}$ 의 해가 $x = m, y = n$ 일 때, 일차방정

식 $12m - 5n = 14$ 를 만족시킨다. 이 때, $am - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$3x + 4y = -7$ 의 해가 $x = m, y = n$ 이므로 $3m + 4n = -7$

$$\begin{cases} 3m + 4n = -7 \cdots ① \\ 12m - 5n = 14 \cdots ② \end{cases}$$

① $\times 4 -$ ② 를 하면

$$m = \frac{1}{3}, \quad n = -2$$

$ax + 2y = 4$ 에 $x = \frac{1}{3}, y = -2$ 를 대입

$$\frac{1}{3}a - 4 = 4$$

$$\frac{1}{3}a = 8$$

$$a = 24$$

$$\therefore am - n = 24 \times \frac{1}{3} + 2 = 10$$