1. 156 의 소인수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 13

해설

$156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로
소인수는 2, 3, 13 이다.

2. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

① 오전 9 시 30 분
② 오전 10 시
③ 오전 10 시 30 분
④ 오후 9 시
⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10 , 15 , 18 의 최소공배수를 구한다.

$$\begin{array}{r|lll} 5 & 10 & 15 & 18 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 18 \\ \hline 3 & 1 & 3 & 9 \\ \hline & 1 & 1 & 3 \end{array}$$

$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

3. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르시오.(정답 2개)

① $a > 0$ 일때, 절댓값이 a 인 수는 2 개이다.

② 절댓값이 8 인 수는 8 뿐이다.

③ 0 의 절댓값은 존재하지 않는다.

④ 절댓값은 0 또는 양수만 될 수 있다.

⑤ 3 의 절댓값과 -3 의 절댓값은 일치한다.

해설

① $a > 0$ 일때, 절댓값이 a 인 수는 a 와 $-a$ 이다.
② 절댓값이 8 인 수는 8 과 -8 이다.
③ 0 의 절댓값은 0 하나뿐이다.
④ 절댓값은 거리이므로 음수가 될 수 없다.
⑤ 3 의 절댓값은 3 이고 -3 의 절댓값은 3 이다.

4. 다음 수를 수직선 위에 나타내었을 때, 왼쪽에서 두 번째에 있는 수와 오른쪽에서 두 번째에 있는 수의 합을 구하면?

㉠ $+21$	㉡ 12	㉢ -1	㉣ 0	㉤ -5
㉥ $-\frac{14}{7}$				

① -2 ② 0 ③ 2 ④ 5 ⑤ 10

해설

주어진 수를 수직선 위에 나타내었을 때 왼쪽에서 두 번째에 있는 수는 두 번째로 작은 수이고 오른쪽에서 두 번째에 있는 수는 두 번째로 큰 수이다. 따라서 주어진 수를 작은 것부터 나열하면

㉤ -5 ㉥ $-\frac{14}{7}$ ㉢ -1 ㉣ 0 ㉡ 12 ㉠ $+21$

따라서 왼쪽에서 두 번째에 있는 수는 ㉣이고 오른쪽에서 두 번째 오는 수는 ㉡이므로 두 수의 합을 구하면 $-\frac{14}{7}+12=(-2)+(+12)=10$ 이다.

5. 다음 중 두 유리수 -5.1 와 $\frac{14}{3}$ 사이에 있는 정수 중 절댓값이 가장 큰 정수는?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$ 이므로,

-5.1 와 $4\frac{2}{3}$ 사이에 있는 정수는

$-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$ 이므로 절댓값이 가장 큰 정수는 -5 이다.

6. 다음 중 옳은 것은?

① 5 보다 -3 만큼 큰 수는 8 이다.

② 2 보다 -5 만큼 큰 수는 3 이다.

③ -5 보다 2 만큼 큰 수는 -7 이다.

④ 7 보다 -4 만큼 큰 수는 3 이다.

⑤ -2 보다 -4 만큼 큰 수는 2 이다.

해설

① $5+(-3)=2$
② $2+(-5)=-3$
③ $(-5)+2=-3$
⑤ $(-2)+(-4)=-6$

7. $a=\left(-\frac{3}{16}\right)\times\left(-\frac{8}{6}\right)$, $b=\left(-\frac{28}{5}\right)\times\left(+\frac{25}{7}\right)$ 일 때, $a\times b$ 의 값으로 올바른 것은?

① 5 ② 2 ③ -2 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$a=\left(-\frac{3}{16}\right)\times\left(-\frac{8}{6}\right)=\frac{1}{4}$$

$$b=\left(-\frac{28}{5}\right)\times\left(+\frac{25}{7}\right)=-20$$

따라서 $a\times b=\frac{1}{4}\times(-20)=-5$

8. 다음 중 계산 결과가 나머지 넷과 다른 것은?

① $(-9) \div (+3)$

② $\left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{2}{9}\right)$

③ $\left(+\frac{6}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

④ $\left(+\frac{14}{5}\right) \div (-7) \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

⑤ $\left(+\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{1}{10}\right) \div (+2)$

해설

① $(-9) \div (+3) = -3$

② $\left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{2}{9}\right) = -3$

③ $\left(+\frac{6}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right) = -3$

④ $\left(+\frac{14}{5}\right) \div (-7) \div \left(+\frac{2}{5}\right) = -1$

⑤ $\left(+\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{1}{10}\right) \div (+2) = -3$

9. $3^6 = 729$ 를 이용하여 $729 - 3^5 - 3^a = 243$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^6 = 729$ 이고 $3^5 = 243$ 이다.

따라서 $729 - 243 - 3^a = 243$, $3^a = 243$ 이므로 $a = 5$ 이다.

10. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3　② $2^3 \times 7$　③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$　⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.
② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

11. 180 의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180 의 약수의 개수 :

$(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :

$(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18$ (개)

$\therefore \ a = 2$

12. $2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수가 16 개가 되기 위한 가장 작은 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수는
$(3+1) \times (x$의 지수$+1) \times (1+1) = 16$ 으로 계산된다. (x의 지수)$+1 = 2$ 가 되어야 한다.
그러므로 3 이다.

13. 사탕 75 개, 초콜릿 102 개, 풍선껌 153 개를 수학 반 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕이 3 개, 초콜릿이 6 개, 풍선껌이 9 개가 남았다. 가능한 수학 반 학생 수를 모두 구하여라.

▶ 답 : 명

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 12 명

▷ 정답 : 24 명

해설

75 보다 3 작은 수, 102 보다 6 작은 수, 153 보다 9 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 72, 96, 144 의 공약수 중 가장 큰 나머지인 9 보다 큰 수를 구한다.

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 72 & 96 & 144 \\ \hline 2 & 36 & 48 & 72 \\ \hline 2 & 18 & 24 & 36 \\ \hline 3 & 9 & 12 & 18 \\ \hline & 3 & 4 & 6 \end{array}$$

$\therefore$ 최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

최대공약수인 24 의 약수 중 9보다 큰 수는 12 와 24 이다. 따라서 12 명 또는 24 명이다.

14. 가로가 15cm , 세로가 18cm 인 타일이 여러 장 있다. 이 타일들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형 모양을 만들려고 한다. 타일은 모두 몇 장 필요한가?

① 15장 ② 20장 ③ 25장 ④ 30장 ⑤ 35장

해설

$$\begin{array}{r|ll} 3 & 15 & 18 \\ \hline & 5 & 6 \end{array}$$

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 90cm 이고, $5 \times 6 = 30$(장)의 타일이 필요하다.

15. 5 로 나누면 4 가 남고, 6 로 나누면 5 가 남고, 8 로 나누면 7 이 남는 자연수 중에서 세 번째로 작은 값은?

① 119 ② 120 ③ 239 ④ 240 ⑤ 359

해설

구하는 수는 (5, 6, 8 의 공배수)−1 이고,
5, 6, 8 의 최소공배수는 120 이다.
120 의 배수는 120, 240, 360 ··· 이고,
구하는 자연수는 119, 239, 359 ··· 이다.
따라서 세 번째로 작은 자연수는 359 이다.

16. 두 자연수의 곱이 640 이고 최소공배수가 80 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면
$A \times B = L \times G$ 이므로
$640 = 80 \times G$ 이다.
$\therefore\ G = 8$

17. 2.3 보다 -1.7 작은 수를 a , 4.7 보다 -1.2 큰 수를 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

① -1 ② -0.5 ③ 0 ④ 0.5 ⑤ 1

해설

$2.3-(-1.7)=a \therefore\ a=4$

$4.7+(-1.2)=b \therefore\ b=3.5$

$\therefore\ a-b=4-3.5=0.5$

18. 다음 네 수 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175$, $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$, $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$, $144 \times 75 \times 7^d$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
$2^a \times 3^5 \times 7 \times 175 = 2^a \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$
$2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$
$2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$
$144 \times 75 \times 7^d = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^d$ 이다.
주어진 네 수의 2 의 지수를 비교하면
모두 3 보다 크므로 a 는 3 이어야 한다.
주어진 네 수의 3 의 지수를 비교하면
모두 2 보다 크므로 b 는 2 이어야 한다.
주어진 네 수의 5 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.
주어진 네 수의 7 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 d 는 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 1$ 이므로
$(a+b+c) \times d = (3+2+1) \times 1 = 6$ 이다.

19. 세 자연수의 비가 $3 : 5 : 9$ 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 54

▷ 정답: 90

▷ 정답: 162

해설

세 자연수를 $3 \times x$, $5 \times x$, $9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r|lll} x & 3\times x & 5\times x & 9\times x \\ \hline 3 & 3 & 5 & 9 \\ \hline & 1 & 5 & 3 \end{array}$$

$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810$, $x = 18$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

20. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A \times \frac{20}{9}$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

구하려는 분수를 $A = \frac{b}{a}$ 라고 하자.

$\frac{20}{9} \times \frac{b}{a} =$ (자연수) $\rightarrow$ $\begin{cases} b\text{는 } 9\text{의 배수} \\ a\text{는 } 20\text{의 약수} \end{cases}$

$\frac{25}{12} \times \frac{b}{a} =$ (자연수) $\rightarrow$ $\begin{cases} b\text{는 } 12\text{의 배수} \\ a\text{는 } 25\text{의 약수} \end{cases}$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{(9,\ 12\text{의 공배수})}{(20,\ 25\text{의 공약수})}$ $\cdots$ ㉠이다.

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$\frac{b}{a} = \frac{(9,\ 12\text{의 최소공배수})}{(20,\ 25\text{의 최대공약수})}$

$\therefore A = \frac{b}{a} = \frac{36}{5}$

따라서 $A \times \frac{20}{9} = \frac{36}{5} \times \frac{20}{9} = 4 \times 4 = 16$ 이다.

21. $\frac{1}{56}=\frac{1}{7\times 8}=\frac{1}{7}-\frac{1}{8}$ 인 성질을 이용하여 다음 계산을 하면?

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$$

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$$\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{5\times 6}$$
$$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$$
$$=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$
$$\therefore \frac{5}{6}$$

22. 세 유리수 a, b, c 에 대하여 $a<0$, $a\times b<0$, $b\times c<0$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

① $a-b<0$ ② $b-c>0$ ③ $a+c<0$

④ $a\times c>0$ ⑤ $a\times b\times c<0$

해설

$a\times b<0$ 에서 a 와b 는 다른 부호

$a<0$ 이므로 $b>0$

$b\times c<0$ 에서 b 와c 는 다른 부호

$b>0$ 이므로 $c<0$

$\therefore\ a<0,\ b>0,\ c<0$

① $a-b=(\text{음수})-(\text{양수})=(\text{음수})+(\text{음수})=(\text{음수})<0$

② $b-c=(\text{양수})-(\text{음수})=(\text{양수})+(\text{양수})=(\text{양수})>0$

③ $a+c=(\text{음수})+(\text{음수})=(\text{음수})<0$

④ $a\times c=(\text{음수})\times(\text{음수})=(\text{양수})>0$

⑤ $a\times b\times c=(\text{음수})\times(\text{양수})\times(\text{음수})=(\text{양수})>0$

23. 일곱 자리 자연수 $40ab644$ 는 7 의 배수이고, $10a + b$ 는 소수이다. 이러한 일곱 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4011644

▷ 정답: 4053644

▷ 정답: 4067644

해설

7 의 배수는 뒤에서부터 세 자리씩 끊어서 더하고 뺀 수가 0 이거나 7 의 배수인 수이므로,

$4 - ab + 644 = 7k$

$\rightarrow 648 - ab = 7k$ 이므로

$ab = 04,\ 11,\ 18,\ 25,\ 32,\ 39,\ 46,\ 53,\ 60,\ 67,$
$74,\ 81,\ 88,\ 95$이다.

$10a + b$ 가 소수인 수는 11, 53, 67 이므로,

만족하는 일곱 자리 자연수는 4011644, 4053644, 4067644 이다.

24. 한 자리 자연수 a, b 와 두 자리 자연수 c, d 에 대하여 $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1}{7}$, $\frac{1}{b}+\frac{1}{d}=\frac{1}{8}$ 일 때, $\frac{c}{a}+\frac{d}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1}{7}$ 를 만족하는 두 자리 수 c 는 반드시 7 의 배수이어야 한다.

따라서 $a=8,\ c=56$ 이다.

$\frac{1}{b}+\frac{1}{d}=\frac{1}{8}$ 를 만족하는 두 자리 수 d 는 반드시 8 의 배수이어야 한다.

따라서 $b=9,\ d=72$ 이다.

$\therefore \frac{c}{a}+\frac{d}{b}=7+8=15$

25. $-\frac{5}{2}$, $\frac{2}{9}$, -6, $\frac{2}{3}$, 5, -1 여섯 개의 수 중에서 3개를 뽑아 모두 곱할 때 나올 수 있는 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 95 또는 +95

해설

가장 큰 수 : $(-6)\times 5\times\left(-\frac{5}{2}\right)=75$

가장 작은 수 : $(-6)\times 5\times\left(\frac{2}{3}\right)=-20$

가장 큰 수와 가장 작은 수의 차는 : $75-(-20)=95$