1. 두 자연수 $15\times x$, $21\times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$15\times x = 3\times5\times x$, $21\times x = 3\times7\times x$ 의 최소공배수는 $3\times5\times7\times x = 210$
따라서 $x = 2$ 이다.

2. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 60 ② 61 ③ 120 ④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.
4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.
$\therefore\ 120 + 1 = 121$

3. 다음 중 옳은 것은?

① 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수의 합은 0 보다 크다.

② $x < 0,\ y < 0,\ x > y$ 일 때, $|x| > |y|$ 이다.

③ 수직선에서 원점으로부터 멀어질수록 절댓값이 커진다.

④ 0 의 절댓값은 존재하지 않는다.

⑤ 6 의 절댓값과 같은 정수는 존재할 수 없다.

해설

① 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수의 합은 0이다.
예를 들어 3 과 −3 은 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수이므로 이 두 수의 합은 0 이 된다.
② $x < 0,\ y < 0$ 이므로 둘 다 음의 정수이다.
$x > y$ 일 때, 원점에 가까울수록 절댓값이 작으므로 x 보다 y 의 절댓값이 크다.
③ 수직선에서 원점으로부터 멀어질수록 절댓값은 커진다.
④ 0 의 절댓값은 0 하나뿐이다.
⑤ 6 의 절댓값과 같은 정수는 −6 이다.

4. 다음 중 그 계산 결과가 나머지 넷과 다른 것은?

① $(-4)\times(+1)$ ② $(-1)\times(-4)$ ③ $(+1)\times(+4)$
④ $(+2)\times(+2)$ ⑤ $(-2)\times(-2)$

해설

① $(-4)\times(+1)=-(4\times1)=-4$
② $(-1)\times(-4)=+(1\times4)=+4$
③ $(+1)\times(+4)=+(1\times4)=+4$
④ $(+2)\times(+2)=+(2\times2)=+4$
⑤ $(-2)\times(-2)=+(2\times2)=+4$

5. 다음 중 가장 큰 수는?

① $(-2)^3$　② -2^3　③ $-(-2)^3$

④ -2^2　⑤ $(-2)^2$

해설

① $(-2)^3 = -8$

② $-2^3 = -8$

③ $-(-2)^3 = +8$

④ $-2^2 = -4$

⑤ $(-2)^2 = +4$

6. $3^6 = 729$ 를 이용하여 $729 - 3^5 - 3^a = 243$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^6 = 729$ 이고 $3^5 = 243$ 이다.

따라서 $729 - 243 - 3^a = 243$, $3^a = 243$ 이므로 $a = 5$ 이다.

7. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a+b+c-(x+y+z)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a=2,\ b=3,\ c=5,\ x=4,\ y=3,\ z=1$ 이다.

$\therefore\ a+b+c-(x+y+z) = 2+3+5-(4+3+1) = 10-8 = 2$

8. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 35 ② 88 ③ 2×3^3

④ $3^2\times 7^3$ ⑤ $2^2\times 3^2\times 5$

해설

① $35=5\times 7$,
$(1+1)\times(1+1)=2\times 2=4$ (개)
② $88=2^3\times 11$,
$(3+1)\times(1+1)=8$ (개)
③ $(1+1)\times(3+1)=2\times 4=8$ (개)
④ $(2+1)\times(3+1)=3\times 4=12$ (개)
⑤ $(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=3\times 3\times 2=18$ (개)

9. 세 수 $2^3\times3\times5$, $2^2\times3^2\times5$, $2^2\times3^3\times5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^3\times3^3\times5^2$　② $2^3\times3^2\times5$　③ $2^2\times3\times5$

④ $2^2\times3^2\times5^2$　⑤ $2^3\times3^3\times5^3$

해설

$2^3\times3\times5$, $2^2\times3^2\times5$, $2^2\times3^3\times5^2$ 에서
최대공약수 : $2^2\times3\times5$ (지수가 작은 쪽)

10. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4　② 6　③ 8　④ 9　⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.

11. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60 의 배수이므로, 400 이하의 60 의 배수는
60, 120, 180, 240, 300, 360 으로 총 6개이다.

12. 가로의 길이가 16cm, 세로의 길이가 20cm, 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.

① 70cm ② 80cm ③ 90cm

④ 100cm ⑤ 110cm

해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 16 & 20 & 8 \\ \hline 2 & 8 & 10 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 5 & 2 \\ \hline & 2 & 5 & 1 \end{array}$$

$\therefore\ 2\times2\times2\times2\times5=80(\mathrm{cm})$

13. 두 수 $2^2 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×5, 최소공배수가 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 90

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
$(2^2 \times 5) \times A = (2 \times 5) \times (2^2 \times 3^2 \times 5) = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.
$\therefore A = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$

14. $\dfrac{2-4+6-8+10}{-1+3-5+7-9}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\dfrac{6}{5}$

해설

$$\frac{2-4+6-8+10}{-1+3-5+7-9}$$

$$= \frac{2+(-4+6)+(-8+10)}{(3-1)+(7-5)-9}$$

$$= \frac{6}{-5} = -\frac{6}{5}$$

15. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

① 23 ② 55 ③ 99 ④ 111 ⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로, I, M, O 는 1 ,3 ,667 이 된다.

16. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

① 87 ② 99 ③ 175 ④ 183 ⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고, 두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.

$\therefore\ 88 + 99 = 187$

17. $-10 < x < 9$인 서로 다른 세 정수 a, b, c에 대하여 $|a+b+c|$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $|m-M|$의 값을 구하여라.

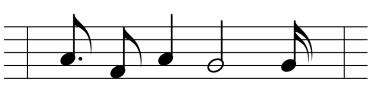
▶ 답 :

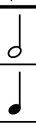
▷ 정답 : 23

해설

$-10 < x < 9$인 정수는
$-9,\ -8,\ -7,\ \cdots,\ 7,\ 8$이므로
$|a+b+c|$의 최댓값은
$M = |-9| + |-8| + |8| = 9 + 8 + 8 = 25$
$|a+b+c|$의 최솟값은
$m = |-1| + |0| + |+1| = 1 + 0 + 1 = 2$
$\therefore |m-M| = |2-25| = |-23| = 23$

18. 다음 표는 음표와 박자 수를 나타낸 것이다. 다음 악보에서 한 마디의 총 박자 수를 구하여라.



이름	기호	박자수
2분음표		2
4분음표		1
점 8분음표		$\frac{3}{4}$
8분음표		$\frac{1}{2}$
16분음표		$\frac{1}{4}$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{총 박자 수}) &= \frac{3}{4}+\frac{1}{2}+1+2+\frac{1}{4}\\ &= \left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}+(1+2)\\ &= 1+\frac{1}{2}+3\\ &= 4+\frac{1}{2}\\ &= \frac{8}{2}+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}\end{aligned}$$

19. 다음 조건을 모두 만족하는 세 정수 a, b, c 에 대하여 $a-b+c$ 의 값은?

ㄱ. $\|a\| = 2$
ㄴ. a, b 는 음의 정수, c는 양의 정수
ㄷ. c 는 a 보다 3만큼 큰 수
ㄹ. $b = a - 1$

① $+1$ ② $+2$ ③ $+3$ ④ $+4$ ⑤ $+5$

해설

ㄱ. $|a| = 2$ 이므로 $a = +2$ 또는 $a = -2$ 이다.
ㄱ, ㄴ에 의해서 $a = -2$ 이다.
ㄷ. c 는 a 보다 3만큼 큰 수이므로
$c = -2 + 3 = (-2) + (+3) = +1$ 이다.
ㄹ. $b = a - 1$ 에서
$b = -2 - 1 = (-2) - (+1) = (-2) + (-1) = -3$ 이다.
따라서 $a = -2, b = -3, c = +1$ 이므로
$a - b + c = (-2) - (-3) + (+1)$
$= (-2) + (+3) + (+1)$
$= (-2) + (+4) = +2$ 이다.

20. $3^2 \times (-7) \div A = -3$, $8 \times B \div \frac{6}{5} + 1 = A$ 일 때, A, B 의 값으로 옳은 것을 골라라.

① $A = 20,\ B = 3$ ② $A = 21,\ B = 3$ ③ $A = 20,\ B = 5$

④ $A = 21,\ B = 5$ ⑤ $A = 21,\ B = 7$

해설

$9 \times (-7) \times \frac{1}{A} = -3,\ \frac{-63}{A} = -3$

$\therefore A = 21$

$8 \times B \times \frac{5}{6} + 1 = \frac{20}{3} \times B + 1 = 21,\ \frac{20}{3} \times B = 20$

$\therefore B = 3$

21. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

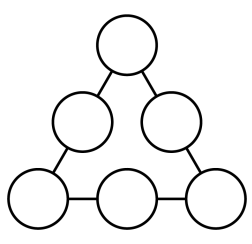
▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 $n = 2 \times 5$
따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는
$2 \times 5 = 10$
$2 \times 5 \times 2^2 = 40$
$2 \times 5 \times 3^2 = 90$
$\therefore 10,\ 40,\ 90$
$\therefore\ 10 + 40 + 90 = 140$

22. 다음 그림과 같은 삼각형 모양이 있다. ○안에 1부터 6까지의 숫자를 한 번씩 넣는데, 삼각형의 한 변에 해당하는 세 수의 합이 모두 같게 하려고한다. 삼각형의 한 변의 합이 가장 클 때와 가장 작을 때의 합을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

한 변의 합이 가장 작은 경우는
꼭짓점에 있는 세수가 가장 작을 때이므로 꼭짓점이 1, 2, 3을 차례로 넣고 빈 칸을 차례로 채우면 한 변의 합이 9가 된다.
또, 한 변의 합이 가장 큰 경우는 꼭짓점에 있는 세 수가 가장 클 때이므로
꼭짓점에 4, 5, 6을 차례로 넣고 빈 칸을 채우면 한 변의 합이 12가 된다.

23. a 가 양의 정수, b 가 음의 정수일 때 다음 다섯 개의 수 a, b, $a-b$, $a+b$, $b-a$ 를 큰 순서부터 나열할 때, 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a-b$

해설

$a>0$, $b<0$ 이므로 $-a<0$, $-b>0$
$a+b<a<-b$, $b-a<b<a+b$
$\therefore b-a<b<a+b<a<a-b$
따라서 가장 큰 수는 $a-b$ 이다.

24. 기호 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 말한다. 기약분수 $\frac{k}{18}$ 에 대하여 $[\frac{k}{18}] = 1$ 을 만족하는 정수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 19

▷ 정답: 23

▷ 정답: 25

▷ 정답: 29

▷ 정답: 31

▷ 정답: 35

해설

$[\frac{k}{18}] = 1$ 이므로 $1 \le \frac{k}{18} < 2$ 이다.

$18 \le k < 36$ 중 18 과 서로소인 k 를 찾으면 된다.

$\therefore k = 19, 23, 25, 29, 31, 35$

25. $\dfrac{1}{1\times3\times5}+\dfrac{1}{3\times5\times7}+\dfrac{1}{5\times7\times9}+\cdots+\dfrac{1}{21\times23\times25}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\dfrac{143}{1725}$

해설

$\dfrac{1}{A\times B\times C}=\dfrac{1}{C-A}\left(\dfrac{1}{A\times B}-\dfrac{1}{B\times C}\right)$ 이므로,

$$\begin{aligned}&\frac{1}{1\times3\times5}+\frac{1}{3\times5\times7}+\frac{1}{5\times7\times9}+\cdots+\frac{1}{21\times23\times25}\\ =&\ \frac{1}{4}\left(\frac{1}{1\times3}-\frac{1}{3\times5}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3\times5}-\frac{1}{5\times7}\right)+\\ &\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5\times7}-\frac{1}{7\times9}\right)+\cdots+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{21\times23}-\frac{1}{23\times25}\right)\\ =&\ \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{575}\right)\\ =&\ \frac{143}{1725}\end{aligned}$$