

1. $x^2 + Ax + 8$ 가 완전제곱식으로 인수분해될 때, A 의 값을 구하여라.
(단, A 는 실수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 4\sqrt{2}$

▷ 정답 : $A = -4\sqrt{2}$

해설

$$(x \pm \sqrt{8})^2 = x^2 \pm 4\sqrt{2}x + 8$$

$$A = \pm 4\sqrt{2}$$

2. $x^2 + 6x + X = (x + Y)^2$ 일 때, XY 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $XY = 27$

해설

$$(x + Y)^2 = x^2 + 2Yx + Y^2 = x^2 + 6x + X$$

$$2Y = 6 \quad \therefore Y = 3$$

$$Y^2 = 3^2 = 9 = X$$

$$\therefore XY = 27$$

3. $x^2 - 5x + A$, $4x^2 + Bx + 4$ 가 실수의 범위에서 완전제곱식이 되도록 하는 AB 의 값을 구하여라. (단, $B < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $AB = -50$

해설

$$x^2 - 5x + A = (x + a)(x + a)$$

$$a + a = -5$$

$$a = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore A = a^2 = \frac{25}{4}$$

$$4x^2 + Bx + 4 = (2x + b)(2x + b)$$

$$b^2 = 4, \quad b = \pm 2$$

$$B = 4b$$

$$\therefore B = 4b = -8 \quad (B < 0)$$

$$\therefore AB = \frac{25}{4} \times (-8) = -50$$

4. x 에 대한 이차식 $9x^2 + Ax + B = (ax + a + c - 12)(bx - ac - 1)$ 이 된다고 할 때, 이 식이 완전제곱식이 되는 상수 A, B, a, b, c 에 대하여 $A + B + a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a, b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$9x^2 + Ax + B = (px + q)(px + q)$ 라고 하면

$p = a = b = 3$ ($a, b > 0$)

$3 + c - 12 = -3c - 1$

$c = 2, q = -7$

$\therefore 9x^2 + Ax + B = (3x - 7)^2$

$A = -42$

$B = 49$

$\therefore A + B + a + b + c = -42 + 49 + 3 + 3 + 2$
 $= 15$

5. 다음 빈 칸에 들어갈 수가 가장 큰 것부터 차례대로 써라.

보기

㉠ $3x - 2x - 8 = (x + A)(Bx + 4)$

㉡ $4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x - D)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : C

▶ 정답 : B

▶ 정답 : A

▶ 정답 : D

해설

㉠ $3x - 2x - 8 = (x - 2)(3x + 4)$

$\therefore A = -2, B = 3$

㉡ $4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$

$\therefore C = 4, D = -3$

$A = -2, B = 3, D = -3, C = 4$ 이므로 가장 큰 것부터 차례대로 쓰면 C, B, A, D 이다.

6. x 에 관한 이차식 $12x^2 + kx - 7$ 에 대하여 인수분해 한 결과 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 83

해설

$$(x + 7)(12x - 1) = 12x^2 + 83x - 7$$

7. $(a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a - 3)$

② $-4a(b + 3)$

③ $-8b(a + 3)$

④ $-4a(b - 3)$

⑤ $-4b(a + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2 \\ &= \{(a - b + 3) + (a + b + 3)\} \\ & \quad \{(a - b + 3) - (a + b + 3)\} \\ &= (-2b)(2a + 6) \\ &= -4b(a + 3) \end{aligned}$$

8. $a^3 - 4a + 3$ 을 인수분해 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(a^2 + a - 3)(a - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - 4a + 3 \\ &= a^3 - a^2 + a^2 - 4a + 3 \\ &= a^2(a - 1) + (a - 3)(a - 1) \\ &= (a^2 + a - 3)(a - 1) \end{aligned}$$

9. 다음 중 $x^2 - y^2 - 2x + 2y$ 의 인수인 것은?

① $x - 2$

② $x + y$

③ $x - y$

④ $x + y + 2$

⑤ $x - y + 2$

해설

$$(x + y)(x - y) - 2(x - y) = (x + y - 2)(x - y)$$

10. $x^2 - 9 + xy - 3y$ 를 인수분해하면?

① $(x+3)(x+3+y)$

② $(x+3)(x+3-y)$

③ $(x-3)(x-3-y)$

④ $(x-3)(x+3+y)$

⑤ $(x+3)(x-3+y)$

해설

$$(x+3)(x-3) + y(x-3) = (x-3)(x+3+y)$$

11. $x^2 - y^2 + 4yz - 4z^2$ 을 인수분해하였더니
 $(x + ay + bz)(x - y + cz)$ 가 되었다. 이때 $a + b + c$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 4yz - 4z^2 &= x^2 - (y^2 - 4yz + 4z^2) \\&= x^2 - (y - 2z)^2 \\&= (x + y - 2z)(x - y + 2z)\end{aligned}$$

따라서 $a = 1, b = -2, c = 2$ 이므로 $a + b + c = 1$ 이다.

12. $x^2 - 2xy + y^2 - 9$ 를 인수분해하여 x, y 의 계수와 상수항의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 - 9 &= (x - y)^2 - 3^2 \\&= (x - y - 3)(x - y + 3) \\ \therefore 1 - 1 - 3 + 1 - 1 + 3 &= 0\end{aligned}$$

13. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\&\quad + (18-22)(18+22) \\&\quad + (26-30)(26+30) \\&= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\&= -4 \times 4 \times 32 \\&= -512\end{aligned}$$

14. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$2^{160} - 1$
 $= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$
 $2^{160} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는
 $2^5 + 1 = 33$ 과 $2^5 - 1 = 31$ 이다.
 $\therefore 33 + 31 = 64$

15. 다음 중 그 계산이 옳지 않은 것은?

① $97^2 = (100 - 3)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 9409$

② $5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 5^2 - 0.1^2 = 24.99$

③ $301^2 = (300 + 1)^2 = 300^2 + 2 \times 300 \times 1 + 1^2 = 90601$

④ $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = -1$

⑤ $(-\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2}) = (\sqrt{10})^2 - (\sqrt{2})^2 = 8$

해설

⑤ $(-\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2})$
 $= (-\sqrt{2} - \sqrt{10})(-\sqrt{2} + \sqrt{10})$
 $= (-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{10})^2 = 2 - 10$
 $= -8$

16. 다음은 좌변을 인수분해하여 우변을 얻은 것이다. 옳은 것은?

① $-6ax - 2bx = -6x(a + 2b)$

② $ax^2 + ay = a(x + y)$

③ $a(x + y) - b(x + y) = (x + y) - ab$

④ $-4x^2 + 16y^2 = -4(x + 2y)(x - 2y)$

⑤ $x(2a - b) + 2y(2a - b) - z(2a - b) = (2a - b)(x - 2y) - z$

해설

① $-2x(3a + b)$

② $a(x^2 + y)$

③ $(x + y)(a - b)$

⑤ $(2a - b)(x + 2y - z)$

17. $x = \frac{1}{5-3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① $\frac{130+75\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{130+75\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{130-45\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{130+75\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{120+75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5+3\sqrt{3}}{(5-3\sqrt{3})(5+3\sqrt{3})} = \frac{5+3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5-3\sqrt{3},$$

$$x^2 = \frac{52+30\sqrt{3}}{4}, \quad \frac{1}{x^2} = 52-30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260-90\sqrt{3}}{4} = \frac{130-45\sqrt{3}}{2}$$

18. $x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $24\sqrt{2}$

해설

$$x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = 3+2\sqrt{2},$$

$$\frac{1}{x} = 3-2\sqrt{2}$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (3+2\sqrt{2} + 3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2} - 3+2\sqrt{2})$$

$$= 6 \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

19. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

$$x - y = -2 \quad (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$

20. $a - b = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b + 4$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 4(a - b) + 4 \\&= \{(a - b)^2 - 2\}^2 \\&= \{(\sqrt{3} + 2) - 2\}^2 \\&= 3\end{aligned}$$

21. $x + y = 1, xy = -1$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^2 + y^2 = 3$ ② $(x - y)^2 = 5$ ③ $x^2y + xy^2 = 1$

④ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1$ ⑤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = -3$

해설

③ $x^2y + xy^2 = xy(x + y) = -1 \times 1 = -1$

22. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0, (x - 3y)^2 = 0 \therefore x = 3y$$

$\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ 에 $x = 3y$ 를 대입하면

$$\frac{x^2 + y^2}{2xy} = \frac{(3y)^2 + y^2}{2 \times 3y \times y} = \frac{10y^2}{6y^2} = \frac{5}{3}$$

23. 밑면의 가로와 세로가 각각 $x + y$, $2x + 1$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3 + 2x^2y + 7x^2 + 7xy + 3x + 3y$ 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x^2 + 7x + 3)y + 2x^3 + 7x^2 + 3x \\&= (2x^2 + 7x + 3)y + (2x^2 + 7x + 3)x \\&= (x + y)(2x^2 + 7x + 3) \\&= (x + y)(2x + 1)(x + 3)\end{aligned}$$

정육면체이므로

$$x + y = 2x + 1 = x + 3$$

$$2x + 1 = x + 3$$

$$x = 2, y = 3$$

(한 모서리의 길이)

$$= x + y = 2x + 1 = x + 3 = 5$$

24. 반지름의 길이가 5 cm 인 원에서 반지름의 길이를 x cm 만큼 늘릴 때, 늘어난 넓이를 x 에 대한 식으로 나타내면?

① $5\pi x^2 \text{ cm}^2$

② $\pi x(x+5) \text{ cm}^2$

③ $\pi x(x+10) \text{ cm}^2$

④ $\pi x(2x+5) \text{ cm}^2$

⑤ $\pi x(2x+10) \text{ cm}^2$

해설

(반지름의 길이가 5 cm 인 원의 넓이)

$$= \pi \times 5^2 = 25\pi (\text{cm}^2)$$

(반지름의 길이를 x cm 만큼 늘인 원의 넓이)

$$= \pi \times (x+5)^2$$

따라서, 늘어난 넓이는

$$\begin{aligned}\pi \times (x+5)^2 - 25\pi &= \pi(x^2 + 10x + 25) - 25\pi \\ &= \pi x^2 + 10\pi x + 25\pi - 25\pi \\ &= \pi x(x+10) (\text{cm}^2)\end{aligned}$$