

1. 두 다항식 $x^2(x-y)$ 와 $x(x-y)(x+y)$ 의 공통인 인수를 구하면?

① x

② y

③ $(x-y)(x+y)$

④ $x(x-y)$

⑤ $x+y$

해설

$x^2(x-y)$ 과 $x(x-y)(x+y)$ 의 공통인 인수는 $x(x-y)$ 이다.

2. 두 이차식 $xy + x + y + 1$, $x^2 - xy + x - y$ 에 공통으로 들어 있는 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 1$

해설

$$\begin{aligned} xy + x + y + 1 &= x(y + 1) + y + 1 \\ &= (x + 1)(y + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - xy + x - y &= x(x - y) + x - y \\ &= (x + 1)(x - y) \end{aligned}$$

3. $x^2 + Ax + 8$ 가 완전제곱식으로 인수분해될 때, A 의 값을 구하여라.
(단, A 는 실수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 4\sqrt{2}$

▷ 정답 : $A = -4\sqrt{2}$

해설

$$(x \pm \sqrt{8})^2 = x^2 \pm 4\sqrt{2}x + 8$$

$$A = \pm 4\sqrt{2}$$

4. $(x-5+a)(x-4+3a)$ 를 완전제곱식으로 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -\frac{1}{2}$

해설

$$-5+a = -4+3a$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

5. $x^2 - 5x + A$, $4x^2 + Bx + 4$ 가 실수의 범위에서 완전제곱식이 되도록 하는 AB 의 값을 구하여라. (단, $B < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $AB = -50$

해설

$$x^2 - 5x + A = (x + a)(x + a)$$

$$a + a = -5$$

$$a = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore A = a^2 = \frac{25}{4}$$

$$4x^2 + Bx + 4 = (2x + b)(2x + b)$$

$$b^2 = 4, \quad b = \pm 2$$

$$B = 4b$$

$$\therefore B = 4b = -8 \quad (B < 0)$$

$$\therefore AB = \frac{25}{4} \times (-8) = -50$$

6. $9x^2 - (m - 5)xy + 64y^2$ 이 완전제곱식이 되는 m 의 값들의 합을 구하면?

① -53

② -43

③ 10

④ 43

⑤ 53

해설

$$\begin{aligned} 9x^2 - (m - 5)xy + 64y^2 &= (3x \pm 8y)^2 \\ &= 9x^2 \pm 48xy + 64y^2 \end{aligned}$$

$$(m - 5) = 48 \text{ 일 때, } m = 53$$

$$(m - 5) = -48 \text{ 일 때, } m = -43$$

$$\therefore 53 - 43 = 10$$

7. x 에 대한 이차식 $(3x+3+a)(3x+2a-5)$ 가 완전제곱식이 되는 상수 a 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$3+a=2a-5$$

$$a=8$$

8. 완전제곱식으로 인수분해되는 x 에 관한 이차식 $(x+a-7)(x-2a+8)$ 을 완전제곱식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(x-2)^2$

해설

$(x+a-7)(x-2a+8)$ 이 완전제곱식으로 인수분해되므로 $a-7=-2a+8$
따라서 $3a=15$, 즉 $a=5$ 이다.
 $\therefore (x-2)^2$

9. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$(x+2)(x+4)(x+5)(x+7)+a$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x+7)(x+4)(x+5)+a \\ &= (x^2+9x+14)(x^2+9x+20)+a\end{aligned}$$
$$x^2+9x=A \text{ 로 치환하면}$$
$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+14)(A+20)+a \\ &= A^2+34A+280+a \\ &= (A+17)^2 = (x^2+9x+17)^2\end{aligned}$$
$$17^2=280+a$$
$$\therefore a=9$$

10. $x^2 - 3x = 7$ 일 때, $x(x-1)(x-2)(x-3) + 4$ 의 값은?

- ① 28 ② 35 ③ 63 ④ 67 ⑤ 140

해설

$(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) + 4$ 에서 $7(7 + 2) + 4 = 67$ 이다.

11. $(x-1)(x-2)(x+1)(x+2)-10$ 을 인수분해하면?

① $(x^2-1)(x^2-6)$

② $(x^2+1)(x^2-6)$

③ $(x^2-1)(x^2+6)$

④ $(x^2+1)(x^2+6)$

⑤ $(x^2-1)(x^2-5)$

해설

$$\begin{aligned}(x^2-1)(x^2-4)-10 &= x^4-5x^2+4-10 \\ &= x^4-5x^2-6 \\ &= (x^2+1)(x^2-6)\end{aligned}$$

12. 곱셈 공식을 이용하여 $(x+2)(x+3)(x-4)(x-6)$ 을 전개하면?

① $x^4 - 5x^3 - 20x^2 + 60x + 144$

② $x^4 + 5x^3 - 20x^2 - 60x + 144$

③ $x^4 + 5x^3 + 20x^2 - 60x - 144$

④ $x^4 - 5x^3 + 20x^2 - 60x + 144$

⑤ $x^4 + 5x^3 - 20x^2 + 60x - 144$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x-6)(x+3)(x-4) \\ &= (x^2-12-4x)(x^2-12-x)\end{aligned}$$

$x^2-12=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A-4x)(A-x) \\ &= A^2-5xA+4x^2 \\ &= (x^2-12)^2-5x(x^2-12)+4x^2 \\ &= x^4-5x^3-20x^2+60x+144\end{aligned}$$

13. 다항식 $(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 5x + 6) - 60$ 을 인수분해하면?

① $(x + 4)(x - 3)(x^2 + x + 5)$ ② $(x - 4)(x + 3)(x^2 - x + 4)$

③ $(x + 6)(x - 2)(x^2 + x + 5)$ ④ $(x + 4)(x - 3)(x^2 + x + 4)$

⑤ $(x - 4)(x + 3)(x^2 + x + 4)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 3x + 2)(x^2 + 5x + 6) - 60 \\ &= (x - 1)(x - 2)(x + 2)(x + 3) - 60 \\ &= (x - 1)(x + 2) \times (x - 2)(x + 3) - 60 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6) - 60 \\ & \quad x^2 + x = A \text{로 놓으면} \\ & (A - 6)(A - 2) - 60 = A^2 - 8A - 48 \\ &= (A - 12)(A + 4) \\ &= (x^2 + x - 12)(x^2 + x + 4) \\ &= (x + 4)(x - 3)(x^2 + x + 4) \end{aligned}$$

14. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 1$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m \\ &= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3) + m \\ &= (x^2-5x+4)(x^2-5x+6) + m \end{aligned}$$

$x^2-5=t$ 로 치환하면

$$(t+4)(t+6) + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m = (t+5)^2$$

$$24 + m = 5^2$$

$\therefore m = 1$ 이다.

15. 다음 중 $x^2 - y^2 - 2x + 2y$ 의 인수인 것은?

① $x - 2$

② $x + y$

③ $x - y$

④ $x + y + 2$

⑤ $x - y + 2$

해설

$$(x + y)(x - y) - 2(x - y) = (x + y - 2)(x - y)$$

16. 다음 중 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하면?

㉠ $a^2 + 1$	㉡ $a^2 - 1$	㉢ $a + 1$
㉤ $a - 1$	㉥ $a^3 + 1$	

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다

해설

$$\begin{aligned} a^3 - a^2 - a + 1 &= a^2(a - 1) - (a - 1) \\ &= (a^2 - 1)(a - 1) \\ &= (a - 1)^2(a + 1) \end{aligned}$$

따라서 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수인 것은 ㉡, ㉢, ㉤이므로 인수가 아닌 것은 남은 2개이다.

17. $x^2 - y^2 + 4yz - 4z^2$ 을 인수분해하였더니
 $(x + ay + bz)(x - y + cz)$ 가 되었다. 이때 $a + b + c$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 4yz - 4z^2 &= x^2 - (y^2 - 4yz + 4z^2) \\&= x^2 - (y - 2z)^2 \\&= (x + y - 2z)(x - y + 2z)\end{aligned}$$

따라서 $a = 1, b = -2, c = 2$ 이므로 $a + b + c = 1$ 이다.

18. $x^2 + y^2 - 4 - 2xy$ 의 인수가 될 수 있는 것은?

- ① $x - y - 2$ ② $x - y - 4$ ③ $x + y - 2$
④ $x - y + 4$ ⑤ $x + y + 2$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4 - 2xy &= (x - y)^2 - 2^2 \\ &= (x - y + 2)(x - y - 2) \end{aligned}$$

19. 다항식 $2x^2 - 5xy - 3y^2 + 5x + 13y - 12$ 가 $(x + ay + b)(cx + y + d)$ 로 인수분해 될 때, $ab - cd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab - cd = -6$

해설

x 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + (-5y + 5)x - 3y^2 + 13y - 12 \\ &= 2x^2 + (-5y + 5)x - (y - 3)(3y - 4)\end{aligned}$$

1

2

$\rightarrow$

$-(3y-4)$

$\rightarrow -6y+8$

$\rightarrow$

$y-3$

$\rightarrow \frac{y-3}{-5y+5}$

$(+)$

$$= (x - 3y + 4)(2x + y - 3)$$

$a = -3, b = 4, c = 2, d = -3$
 $\therefore ab - cd = -12 - (-6) = -6$

20. $ab + bc + ca = a^2 + b^2 + c^2$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} ab + bc + ca &= a^2 + b^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca &= 0 \\ \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} &= 0 \end{aligned}$$

이때 a, b, c 는 실수이므로

$$\therefore a = b = c$$
$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 3$$

21. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\&\quad + (18-22)(18+22) \\&\quad + (26-30)(26+30) \\&= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\&= -4 \times 4 \times 32 \\&= -512\end{aligned}$$

22. $\frac{2009^3 + 1}{2008 \times 2009 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2010

해설

2009 = x 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{x^3 + 1}{(x - 1) \times x + 1} &= \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= x + 1 = 2009 + 1 = 2010\end{aligned}$$

23. 다음 중 그 계산이 옳지 않은 것은?

① $97^2 = (100 - 3)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 9409$

② $5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 5^2 - 0.1^2 = 24.99$

③ $301^2 = (300 + 1)^2 = 300^2 + 2 \times 300 \times 1 + 1^2 = 90601$

④ $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = -1$

⑤ $(-\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2}) = (\sqrt{10})^2 - (\sqrt{2})^2 = 8$

해설

⑤ $(-\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2})$
 $= (-\sqrt{2} - \sqrt{10})(-\sqrt{2} + \sqrt{10})$
 $= (-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{10})^2 = 2 - 10$
 $= -8$

24. $(x+5)(-2x+1)$ 의 전개식과 $x^2+3x-18$ 을 인수분해한 식을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2x^2-9x+5$, $(x-3)(x+6)$

해설

$$(x+5)(-2x+1) = -2x^2 - 9x + 5$$

$$x^2 + 3x - 18 = (x-3)(x+6)$$

25. $x = \frac{1}{5-3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① $\frac{130+75\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{130+75\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{130-45\sqrt{3}}{2}$
 ④ $\frac{130+75\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{120+75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5+3\sqrt{3}}{(5-3\sqrt{3})(5+3\sqrt{3})} = \frac{5+3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5-3\sqrt{3},$$

$$x^2 = \frac{52+30\sqrt{3}}{4}, \quad \frac{1}{x^2} = 52-30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260-90\sqrt{3}}{4} = \frac{130-45\sqrt{3}}{2}$$

26. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

27. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

$$x - y = -2 \quad (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$

28. $x = \frac{1}{3 - \sqrt{7}}$ 일 때, $x^2 + 4x - 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5 + \frac{7}{2}\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{3 - \sqrt{7}} = \frac{3 + \sqrt{7}}{(3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7})} = \frac{3 + \sqrt{7}}{2} \\x^2 + 4x - 5 &= (x - 1)(x + 5) \\&= \left(\frac{3 + \sqrt{7}}{2} - 1\right)\left(\frac{3 + \sqrt{7}}{2} + 5\right) \\&= \frac{1}{4}(1 + \sqrt{7})(13 + \sqrt{7}) \\&= \frac{1}{4}(13 + \sqrt{7} + 12\sqrt{7} + 7) \\&= 5 + \frac{7}{2}\sqrt{7}\end{aligned}$$

29. $x + y = 1, xy = -1$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^2 + y^2 = 3$ ② $(x - y)^2 = 5$ ③ $x^2y + xy^2 = 1$

④ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1$ ⑤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = -3$

해설

③ $x^2y + xy^2 = xy(x + y) = -1 \times 1 = -1$

30. $x - y = \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 의 값은?

① $2\sqrt{5}$

② $4\sqrt{5}$

③ $1 + 2\sqrt{5}$

④ $2 + 2\sqrt{5}$

⑤ $3 + 2\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3 \\ &= (x - y)^2 + 2(x - y) - 3 \\ &= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} - 3 = 2 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

31. 밑면의 가로와 세로가 각각 $x + y$, $2x + 1$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3 + 2x^2y + 7x^2 + 7xy + 3x + 3y$ 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x^2 + 7x + 3)y + 2x^3 + 7x^2 + 3x \\&= (2x^2 + 7x + 3)y + (2x^2 + 7x + 3)x \\&= (x + y)(2x^2 + 7x + 3) \\&= (x + y)(2x + 1)(x + 3)\end{aligned}$$

정육면체이므로

$$x + y = 2x + 1 = x + 3$$

$$2x + 1 = x + 3$$

$$x = 2, y = 3$$

(한 모서리의 길이)

$$= x + y = 2x + 1 = x + 3 = 5$$

32. 넓이가 $xy + 3x + 3y + 9$ 인 직사각형모양의 꽃밭의 가로가 $(x + 3)$ 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.

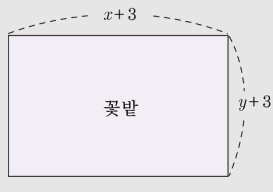
▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 2y + 12$

해설

$$\begin{aligned} xy + 3x + 3y + 9 &= x(y + 3) + 3(y + 3) \\ &= (x + 3)(y + 3) \end{aligned}$$

이므로 세로의 길이가 $(y + 3)$ 이다.



따라서 직사각형의 둘레는 $2(x + 3) + 2(y + 3) = 2x + 6 + 2y + 6 = 2x + 2y + 12$ 이다.