

1. 다항식 $2x^3 + x^2 - 5x + 3$ 을 $x^2 + x - 1$ 로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

$\therefore$ 몫 : $2x - 1$, 나머지 : $-2x + 2$

몫과 나머지의 합은 1

2. $x + y + z = 3$, $xy + yz + zx = -1$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하면?

①

11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + xz) \\&= 9 + 2 = 11\end{aligned}$$

3. $ax^2 - (2a + c)x - 1 = (b - 2)x^2 - c$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

양변의 계수를 비교하면

$$a = b - 2 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2a + c = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$1 = c \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

4. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, k 의 값은?

① 0

② 1

③ -8

④ -10

⑤ -12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면

나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$

$\therefore k = -12$

5. 다음 보기에 주어진 수를 x 라 할 때, $\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 x 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

① 1 개

② 3 개

③ 5 개

④ 7 개

⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

6. $\sqrt{(-1)^2} + i^2 - \frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 0

③ 1

④ $-i$

⑤ i

해설

$$(\text{준식}) = 1 - 1 + i = i$$

7. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x + y = 2, \quad xy = 3$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2$$

8. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 $A \ominus B$ 와 $A \otimes B$ 을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$A \ominus B = A - 3B, A \otimes B = (A + B)B$$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3$, $Q = x^3 + x^2y + xy^2$ 이라 할 때, $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 x, y 에 관한 다항식으로 나타내면?

① $x^4y^2 + xy^5$

② $x^4y^2 - xy^5$

③ $x^3y^2 - xy^4$

④ $x^3y^2 + xy^4$

⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의를 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 변형하면

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

$$P - 2Q$$

$$\begin{aligned}&= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

9. 등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$ 이 x 에 관한 항등식일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

$$\text{두 식을 연립하면 } b = 0, c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

10. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

11. 다항식 $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$

② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$

④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을 A 로 치환하면

$$\text{준 식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2 - 3A + 9)$$

다시 $x-1$ 을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

12. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$$

$$\therefore a+b+c = 4$$

13. 실수 x, y 에 대하여 $(1+i)x + (i-1)y = 2i$ 일 때, $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(1+i)x + (i-1)y = 2i$$

$$(x-y) + (x+y)i = 2i$$

좌변과 우변이 같아야 하므로, $x-y=0$, $x+y=2$

두 식을 연립하여 풀어주면, $\therefore x=1, y=1$

$$\therefore x+y=2$$

14. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x + y = -1$$

15. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

16. 이차방정식 $x^2 + (k - 4)x + k - 1 = 0$ 이 중근을 가지도록 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을 D 라 하면,

$D = 0$ 일 때 중근을 가지므로

$$D = (k - 4)^2 - 4(k - 1) = k^2 - 12k + 20 = 0 \text{ 에서}$$

$$(k - 2)(k - 10) = 0$$

따라서, $k = 2$, $k = 10$ 이므로 k 의 값은 12이다.

17. 이차방정식 $x^2 + 2(k - a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k - a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로
 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

18. x 에 대한 이차식 $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

19. 함수 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ 가 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 최댓값 5, 최솟값 -4를 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고 $a < 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = ax^2 - 2ax + b$$

$$= a(x-1)^2 - a + b \text{ 에서 } a < 0 \text{ 이고}$$

꼭짓점의 x 좌표 1이 $-2 \leq x \leq 2$ 에 속하므로

$x = 1$ 일 때 최댓값을 갖고,

$x = -2$ 일 때 최솟값을 갖는다.

$$\text{즉, } f(1) = -a + b = 5, f(-2) = 8a + b = -4$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 4$

$$\therefore a + b = 3$$

20. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \quad (\text{분배}) \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \quad (\text{분배}) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \quad (\text{결합}) \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

21. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned}(x + 1)(y + 1)(z + 1) \\&= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\&= 7\end{aligned}$$

22. 다음 <보기> 중 다항식 $x^4 - 7x^2 + 9$ 을 인수분해 할 때, 그 인수로 알맞은 것을 모두 고르면?

<보기>

㉠ $x^2 - 1$

㉡ $x^2 - x - 1$

㉢ $x^2 - x - 3$

㉣ $x^2 + x - 3$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 7x^2 + 9 &= x^4 - 6x^2 + 9 - x^2 \\&= (x^2 - 3)^2 - x^2 \\&= (x^2 - x - 3)(x^2 + x - 3) \\ \therefore \text{인수} &: (x^2 - x - 3), (x^2 + x - 3)\end{aligned}$$

23. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{에서}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

a, b, c 는 실수이므로

$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

24. $\frac{2007^3 - 1}{2007 \times 2008 + 1}$ 의 값은?

① 2004

② 2005

③ 2006

④ 2007

⑤ 2008

해설

2007 = a 로 놓고

주어진 식을 a 에 대한 식으로 변형하면

$$\begin{aligned}\frac{a^3 - 1}{a(a + 1) + 1} &= \frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1} \\ &= \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} \\ &= a - 1 = 2007 - 1 = 2006\end{aligned}$$

25. x 에 대한 실수 계수의 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 근의 공식을 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ 로 잘못 기억하고 풀어 두 근이 $-1, 2$ 를 얻었다. 이 방정식을 바르게 풀 때, 두 근의 합은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

잘못 기억한 근의 공식에서
두 근을 합하면 $-\frac{2b}{a}$ 이므로

$$-\frac{2b}{a} = -1 + 2 = 1 \text{ 이다.}$$

따라서 준 식은 $-2bx^2 + bx + c = 0$ 이 되고

$$\text{따라서 (두근의 합)} = -\left(-\frac{b}{2b}\right) = \frac{1}{2}$$

26. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 두 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 와 $y = -2x$ 에 모두 접할 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② $-\frac{3}{2}$

③ -1

④ $-\frac{3}{4}$

⑤ $-\frac{1}{4}$

해설

$$x^2 + ax + b = -2x \text{에서}$$

$$x^2 + (a+2)x + b = 0$$

$$\therefore D = (a+2)^2 - 4b = 0 \dots \textcircled{1}$$

$$x^2 + ax + b = \frac{1}{2}x \text{에서}$$

$$x^2 + \left(a - \frac{1}{2}\right)x + b = 0$$

$$D = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - 4b = 0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } (a+2)^2 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = -\frac{3}{4}$$

27. $x^2 + y^2 = 4$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $2y + x^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 + y^2 = 4 \text{에서 } x^2 = 4 - y^2$$

x, y 가 실수이므로

$$x^2 = 4 - y^2 \geq 0, y^2 \leq 4$$

$$\therefore -2 \leq y \leq 2$$

$2y + x^2$ 에 $x^2 = 4 - y^2$ 을 대입하면

$$2y + x^2 = 2y + (4 - y^2)$$

$$= -y^2 + 2y + 4 = -(y - 1)^2 + 5$$

이 때, $-2 \leq y \leq 2$ 이므로 $y = 1$ 일 때

최댓값은 5, $y = -2$ 일 때 최솟값은 -4이다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $5 + (-4) = 1$

28. x 에 관한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4$ 로 나눈 나머지는 $2x + 1$ 이고, $g(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눈 나머지는 $x - 4$ 이다. 이 때, $(x+2)f(x) + 3g(x+1)$ 을 $x - 2$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 7

② 9

③ 13

④ 17

⑤ 23

해설

$$f(x) = (x^2 - 4)p(x) + 2x + 1 \text{ 에서 } f(2) = 5$$

$$g(x) = (x^2 - 5x + 6)q(x) + x - 4 \text{ 에서 } g(3) = -1$$

$$h(x) = (x + 2)f(x) + 3g(x + 1) \text{ 이라 놓으면,}$$

$$h(x) \text{ 를 } x - 2 \text{ 로 나눈 나머지는}$$

$$h(2) = 4f(2) + 3g(3) = 17$$

29. 복소수 $z = a + bi$ (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은?

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i\end{aligned}$$

$$\therefore 2b - 3a = 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}a \Rightarrow \text{기울기가 양인 직선}$$

30. 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{\beta}$

② $\frac{2}{\beta}$

③ β

④ 2β

⑤ β^2

해설

$$\beta^2 - \beta + 1 = 0$$

$$\alpha\beta = 1 \text{ 에서 } \beta = \frac{1}{\alpha},$$

$$\beta^2 = \frac{1}{\alpha^2}$$

$$1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} = 1 + \beta + \beta^2 = 2\beta$$

$$(\because \beta^2 + 1 = \beta)$$

해설

(별해1)

$$1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} = \frac{\alpha^2 + \alpha + 1}{\alpha^2} = \frac{2}{\alpha} (\because \alpha^2 - \alpha + 1 = 0)$$

$$\alpha\beta = 1 \text{ 에서 } \beta = \frac{1}{\alpha}$$

$$\therefore \frac{2}{\alpha} = 2\beta$$

(별해2)

$$x^2 - x + 1 = 0 \text{ 의 근은 } \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, \beta = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ 라 하면}$$

$$\frac{2}{\alpha} = \frac{2}{\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}} = 1 - \sqrt{3}i = 2\beta$$

31. 이차방정식 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 이차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(\alpha) = 3, f(\beta) = 3, f(1) = -2$ 를 만족한다. 이차방정식 $f(x) = 0$ 를 구하면?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $x^2 - 4x - 1 = 0$

③ $x^2 - x - 4 = 0$

④ $x^2 - x + 4 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 1 = 0$

해설

$x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이고

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

$ax^2 + bx + c = 3$ 에서 $ax^2 + bx + c - 3 = 0$

$$\therefore -\frac{b}{a} = \alpha + \beta = 2$$

$$\text{또, } \frac{c-3}{a} = \alpha\beta = -4$$

$f(1) = a + b + c = -2$ 이므로

$a = -b - c - 2, b = -2a$ 에서

$$b = -2(-b - c - 2) = 2b + 2c + 4$$

$$\therefore b + 2c + 4 = 0$$

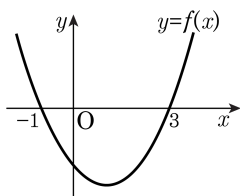
$c - 3 = -4a$ 에서

$$c = -4(-b - c - 2) + 3 = 4b + 4c + 11$$

연립하여 풀면 $c = -1, b = -2, a = 1$

$$\therefore f(x) = x^2 - 2x - 1$$

32. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f(2x - 1) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = f(x)$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 $-1, 3$ 이므로
 $f(x) = a(x + 1)(x - 3)$ ($a > 0$)으로 놓을 수 있다.

이때, $f(2x - 1) = a(2x - 1 + 1)(2x - 1 - 3) = 4ax(x - 2)$ 이
 므로

$$f(2x - 1) = 0 \text{ 에서}$$

$$4ax(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 합은 2이다.

33. $x^2 - xy + y^2 + 2y = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 의 최댓값은?

① $\frac{2}{3}$

② 1

③ 2

④ $\frac{11}{5}$

⑤ 4

해설

주어진 식을 y 에 대하여 정리하면

$$y^2 + (2 - x)y + x^2 = 0$$

이 식을 y 에 대한 이차방정식으로 보면 y 가 실수이므로 실근을 갖는다.

$$D = (2 - x)^2 - 4 \cdot x^2 \geq 0,$$

$$3x^2 + 4x - 4 \leq 0, \quad (x + 2)(3x - 2) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

따라서 x 의 최댓값은 $\frac{2}{3}$ 이다.