

1. 사차방정식 $x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$ 의 모든 해의 곱을 구하면?

- ① -8 ② -2 ③ 1 ④ 4 ⑤ 8

해설

$x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$
 $\{x(x+1)\}\{x(x-1)(x+2)\}-8=0$
 $(x^2+x)(x^2+x-2)-8=0$
 $x^2+x=t$ 라 하면, $t(t-2)-8=0$
 $\therefore t^2-2t-8=x^4+2x^3-x^2-2x-8=0$
근과 계수와의 관계에 의해서, 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 하면 $\therefore$ 모든 해의 곱은 -8

해설

근과 계수의 관계에서 모든 해의 곱을 나타내는 것은 다항식을 전개했을 때의 상수항이므로 -8 (단, 다항식의 최고차항의 차수가 홀수일 때는 상수항의 부호를 반대로 바꾼것이 모든 해의 곱이다.)

2. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 치환하면
 $t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$
 $\therefore t = -5$ 또는 $t = 2$
 $\therefore x = \pm\sqrt{5}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$
따라서 모든 실근의 곱은
 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

3. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+3}{5} \\ x+2y+3z=7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

▷ 정답 : $y=-1$

▷ 정답 : $z=2$

해설

$\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3}$ 에서
 $3x+2y=7 \dots\dots\textcircled{A}$
 $\frac{x-1}{2} = \frac{z+3}{5}$ 에서
 $5x-2z=11 \dots\dots\textcircled{B}$
 $x+2y+3z=7 \dots\dots\textcircled{C}$
 $\textcircled{A}-\textcircled{C}$ 을 하면 $2x-3z=0 \dots\dots\textcircled{D}$
 $\textcircled{B}\times 3-\textcircled{D}\times 2$ 를 하면 $11x=33$
 $\therefore x=3$ 이것을 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 에 대입하면
 $y=-1, z=2$

4. 연립방정식
$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \cdots \cdots \textcircled{A} \\ 2y + 3z = -2 & \cdots \cdots \textcircled{B} \\ 3z + x = -5 & \cdots \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$
 를 풀면 $x = \alpha, y = \beta, z = \gamma$

이다.

이때, $\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 세 식을 변변끼리 더하면

$$2(x + 2y + 3z) = -2, \text{ 즉 } x + 2y + 3z = -1 \cdots \cdots \textcircled{D}$$

$$\textcircled{D} - \textcircled{A} \text{을 하면 } x = 1$$

$$\textcircled{D} - \textcircled{B} \text{을 하면 } y = 2$$

$$\textcircled{D} - \textcircled{C} \text{을 하면 } z = -2$$

$$\therefore \alpha\beta\gamma = xyz = -4$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x = p, y = q$ 또는 $x =$

$r, y = s$ 이다. $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \cdots \textcircled{A} \\ xy - y^2 = 6 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x = 2y + 1 \cdots \cdots \textcircled{C}$

②을 ②에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2, y = -3$ 을 ②에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

6. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(i) $x < -1$
 $-(x+1) - (x-1) \geq 4, x \leq -2$

(ii) $-1 \leq x < 1$
 $x+1 - (x-1) \geq 4$
 $2 \geq 4$ (성립 안함)

(iii) $x \geq 1$
 $x+1 + x-1 \geq 4$
 $x \geq 2$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$\therefore a+b=0$

7. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$ 또는 $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$ 또는 $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

8. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ (x - a)(x + 2) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이 될 때, 실수 a 의 최댓값은?

① 0 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$x^2 + 3x - 4 < 0$ 의 해가
 $-4 < x < 1$ 이므로
연립부등식의 해가 $-2 < x < 1$ 가 되려면
 $(x - a)(x + 2) > 0$ 의 해는
 $x < a, x > -2$ 이고, $a \leq -4$ 이다.

9. 방정식 $(x^2 + x + 2)^2 + 8 = 12(x^2 + x)$ 의 모든 근의 합은?

- ① 1 ② 0 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$x^2 + x = Y \text{ 라 하면, } (Y + 2)^2 + 8 = 12Y$$

$$Y^2 - 8Y + 12 = 0, (Y - 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = 2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$(i) Y = 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

$$(ii) Y = 6$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore \text{ 모든 근의 합} = -2$$

10. 삼차방정식 $x^3 + x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 세 근 α, β, γ 에 대하여 $\alpha + \beta + \gamma$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$, $\alpha\beta\gamma$ 를 세 근으로 갖는 삼차방정식이 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 일 때, $a - 2b + c$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^3 + x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 세 근이 α, β, γ 라 하면

$\alpha + \beta + \gamma = -1$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2$, $\alpha\beta\gamma = 3$

구하려는 방정식의 세 근의 합

$-1 + 2 + 3 = 4 \quad \therefore a = -4$

$(-1) \times 2 + 2 \times 3 + (-1) \times 3 = -2 + 6 - 3 = 1 \quad \therefore b = 1$

세 근의 곱 $(-1) \times 2 \times 3 = -6 \quad \therefore c = 6$

$\therefore a - 2b + c = -4 - 2 + 6 = 0$

11. 삼차방정식 $2x^3 + px^2 + qx - 5 = 0$ 의 한 근이 $1 - 2i$ 일 때 $p + q$ 의 값은?(단, p, q 는 실수)

- ① 7 ② -7 ③ 6 ④ -6 ⑤ 11

해설

한 근이 $1 - 2i$ 이므로 다른 두 근을 $1 + 2i, \alpha$ 라 하면 세 근의 곱 :

$$(1 - 2i)(1 + 2i)\alpha = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\text{세 근의 합: } -\frac{p}{2} = (1 - 2i) + (1 + 2i) + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore p = -5$$

$$\text{두근끼리 곱의 합: } \frac{q}{2} = (1 - 2i)(1 + 2i) + (1 - 2i + 1 + 2i) \cdot \frac{1}{2} = 6$$

$$\therefore q = 12$$

$$\therefore p + q = 7$$

해설

한 근이 $1 - 2i$ 이므로 다른 한 근은 $1 + 2i$

근과 계수의 관계에서 $x^2 - 2x + 5 = 0$

나머지 일차식을 $2x + a$ 라고 하면

$$2x^3 + px^2 + qx - 5 = (2x + a)(x^2 - 2x + 5) \text{ 에서}$$

$a = -1$ 이므로 대입하여 정리하면

$$p = -5, q = 12$$

$$\therefore p + q = 7$$

12. 어떤 시험에서 다음과 같이 두 가지의 채점 기준 및 각 문항당 배점이 주어졌다고 한다. 철수의 점수는 채점 기준 (1)에 의하면 84점이고, 채점기준 (2)에 의하면 66점이다. 이 때, 무응답으로 남겨둔 문항수는?

	문항수	문항당 배점		
		정답	오답	무응답
채점기준(1)	30	5	-2	1
채점기준(2)	30	4	-1	0

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 18

해설

철수의 답안지에서 정답인 문항수를 x , 오답인 문항수를 y , 무응답인 문항수를 z 라 하자.
총 문항수가 30이므로 $x + y + z = 30$ ㉠
채점기준 (1)에 의한 점수는
 $5x - 2y + z = 84$ ㉡
채점기준 (2)에 의한 점수는
 $4x - y = 66$ ㉢
㉡ - ㉠에서 $4x - 3y = 54$ ㉣
㉢ - ㉣에서 $2y = 12$
 $\therefore y = 6$
 $y = 6$ 을 ㉢에 대입하면 $x = 18$
이것을 ㉠에 대입하면 $z = 6$
따라서 무응답인 문항수는 6

13. 0이 아닌 실수 x, y 가 $(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$ 을 만족할 때, x 에 관한 이 방정식은 실수 a 에 관계없이 일정한 근을 갖는다. 그 근을 모두 구하여라. ($a \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$ 에서
 $x^2y^2 + 4a^2x^2 + y^2 + 4a^2 - 8axy = 0$
 $(x^2y^2 - 4axy + 4a^2) + (y^2 - 4axy + 4a^2x^2) = 0$
 $(xy - 2a)^2 + (y - 2ax)^2 = 0$
 $xy - 2a, y - 2ax$ 는 실수이므로
 $xy - 2a = 0, y - 2ax = 0$
 $\therefore xy = 2a, y = 2ax$
두 식을 연립하면, $2ax^2 = 2a$
($a \neq 0$) 이므로 $x^2 = 1, x = \pm 1$

14. 다음 식을 만족하는 자연수의 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

$$\frac{4}{m} + \frac{2}{n} = 1$$

- ① 1

② 2

③ 3
- ④ 4

⑤ 5개 이상

해설

$\frac{4}{m} + \frac{2}{n} = 1$
 $(m - 4)(n - 2) = 8$
 $8 = 1 \times 8 = 2 \times 4 = 4 \times 2 = 8 \times 1$ 이므로
 $(m, n) = (5, 10), (6, 6), (8, 4), (12, 3)$
 $\therefore$ 4쌍의 (m, n) 이 존재한다.

15. 모든 실수 x 에 대하여 다항식 $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3$ 의 값이 항상 2보다 크도록 하는 상수 m 의 범위가 $a < m < b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

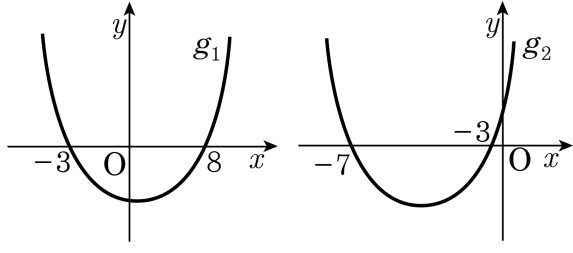
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3 > 2$
 $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 1 > 0$ 이므로
 $m \neq -1$, $m > -1$ 이고, $D < 0$ 이다.
 $\frac{D}{4} = m^2 - 3m < 0 \quad \therefore 0 < m < 3$
 $\therefore a = 0, b = 3$
 $\therefore a + b = 3$

16. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1 을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2 를 그렸다. 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설

갑은 상수항을 바르게 보았으므로
 g_1 의 상수항 $b = -24$ ($\because$ 두 근의 곱)
 을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로
 g_2 의 일차항 $a = 10$
 ($\because$ 대칭축의 방정식은 $x = -\frac{a}{2} = -5$)
 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 에 a, b 를 대입하면
 $x^2 + 10x - 24 < 0$, $(x + 12)(x - 2) < 0$
 $\therefore -12 < x < 2$
 따라서 만족하는 정수는 13 (개)

17. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

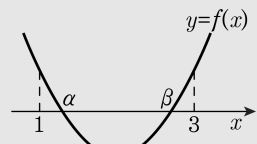
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a + 4)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$
 $f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$
 $\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$
 $\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

18. 삼차방정식 $x^3 + (2a + 3)x^2 - (6a + 5)x + (4a + 1) = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값을 구하면?
- ① $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$ ② $a = -2, -2 \pm \sqrt{10}$
- ③ $a = 3, -3 \pm \sqrt{5}$ ④ $a = 1, 4 \pm \sqrt{10}$
- ⑤ $a = -1, -2 \pm 2\sqrt{2}$

해설

$f(x) = x^3 + (2a + 3)x^2 - (6a + 5)x + 4a + 1$ 이라 하면
 $f(1) = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $(x - 1)$ 을 인수로 갖는다.

1

1

2a+3

-6a-5

4a+1

1

2a+4

-4a-1

1

2a+4

-4a-1

0

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면
 $(x - 1) \{ x^2 + 2(a + 2)x - 4a - 1 \} = 0$
(ii) $x^2 + 2(a + 2)x - 4a - 1 = 0$ 이 $x \neq 1$ 인 경우
 $D = 0$ 이므로, $a^2 + 8a + 5 = 0$
 $\therefore a = -4 \pm \sqrt{11}$
(ii) $x^2 + 2(a + 2)x - 4a - 1 = 0$ 이 $x = 1$ 을 근으로 갖는 경우
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 + 2(a + 2) - 4a - 1 = 0$
 $\therefore a = 2$
(i), (ii)에서 $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$

19. 다음 두 이차방정식

$$\begin{cases} x^2 + 4mx - (2m - 1) = 0 \\ x^2 + mx + (m + 1) = 0 \end{cases}$$

이 단 하나의 공통근을 가질 때, m 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$$\alpha^2 + 4m\alpha - (2m - 1) = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$\alpha^2 + m\alpha + (m + 1) = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면

$$3m\alpha - 3m = 0$$

$$3m(\alpha - 1) = 0 \quad \therefore m = 0, \alpha = 1$$

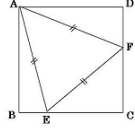
$m = 0$ 일 때 두 방정식이 일치하므로

단 하나의 공통근이라는 조건에 부적합

$\alpha = 1$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입

$$1 + m + m + 1 = 0 \quad \therefore m = -1$$

20. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형 ABCD 가 있다. 변 BC, CD 위에 각각 점 E, F 를 잡아 $\triangle AEF$ 가 정삼각형이 되도록 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하면?



- ☒ ① $4 - 2\sqrt{3}$ ② $3 - \sqrt{3}$ ③ $3 - 2\sqrt{2}$
 ④ $3 - \sqrt{2}$ ⑤ $2 - \sqrt{2}$

해설

$\overline{BE} = \overline{DF} = x$, $\overline{EC} = \overline{FC} = y$ 라 하면,

$$x + y = 2$$

$\overline{AE}$ 는 ($\triangle ABE$ 가 직각삼각형이므로)

$$\overline{AE} = \sqrt{4 + x^2}$$

$\overline{EF}$ 는 ($\triangle EFC$ 가 직각이등변삼각형이므로)

$$\overline{EF} = \sqrt{2}y$$

$\triangle AEF$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{AE} = \overline{EF}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4 + x^2} = \sqrt{2}y \Leftrightarrow 4 + x^2 = 2y^2$$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 4 + x^2 = 2y^2 \end{cases}$$

을 연립하여 풀면 $x = 4 - 2\sqrt{3}$

21. 이차부등식 $ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0$ 의 해가 $|x| < |a|$ 과 일치하도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a - b$ 의 값은 ?

① -1

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 1

해설

$$|x| < |a| \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow x^2 - a^2 < 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\Leftrightarrow ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\therefore a < 0, a^2 - 1 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$a = -1 \text{ 일 때 } \textcircled{1} \text{ 은 } x^2 - 1 < 0, \textcircled{2} \text{ 는 } -x^2 + b > 0$$

$$\therefore b = 1 \therefore a - b = -2$$

22. 이차방정식 $ax^2 - (a+1)x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $-1 < \alpha < 0$, $2 < \beta < 3$ 이 성립하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면? (단, $a > 0$)

- ① $\frac{2}{3} < a < 1$ ② $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
 ④ $\frac{3}{2} < a < \frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2} < a < 3$

해설

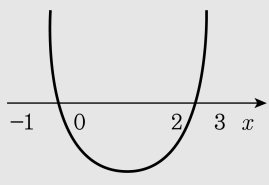
$f(0) = -1 < 0$ 이므로 $y = ax^2 - (a+1)x - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(-1) = a + (a+1) - 1 > 0$ 에서 $a > 0 \dots \text{㉠}$

$f(2) = 4a - 2(a+1) - 1 < 0$ 에서 $a < \frac{3}{2} \dots \text{㉡}$

$f(3) = 9a - 3(a+1) - 1 > 0$ 에서 $a > \frac{2}{3} \dots \text{㉢}$

㉠, ㉡, ㉢에서 $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$



23. 세 실수 x, y, z 가 $x + y + z = 2, x^2 + y^2 + z^2 = 6, x^3 + y^3 + z^3 = 8$ 을 만족할 때, $-x - y + z$ 의 값은?(단, $x \leq y \leq z$)

- ① 4
- ② 3
- ③ 2
- ④ 1
- ⑤ 0

해설

$x + y + z = 2 \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 + y^2 + z^2 = 6 \cdots \textcircled{㉡}$
 $x^3 + y^3 + z^3 = 8 \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $xy + yz + zx = -1 \cdots \textcircled{㉣}$
 $x^3 + y^3 + z^3 =$
 $(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz = 8$
 $\therefore xyz = -2 \cdots \textcircled{㉤}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉣}, \textcircled{㉤}$ 을 이용하여
 x, y, z 를 세 근으로 하는 삼차방정식을 만들면
 $t^3 - 2t^2 - t + 2 = 0(t - 2)(t + 1)(t - 1) = 0,$
 $t = -1, 1, 2$
 $x \leq y \leq z$ 이므로 $x = -1, y = 1, z = 2$
 $\therefore -x - y + z = 2$

24. $n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}$ (단, n 은 정수)인 실수 x 에 대하여 $\{x\} = n$ 으로 나타낼 때, 방정식 $\left\{x^2 - x - \frac{1}{2}\right\} = 3x + 1$ 의 근을 α, β 라 하자. 이 때, $9\alpha\beta$ 의 값을 구하면?

① 13 ② -13 ③ 15 ④ -15 ⑤ 17

해설

$3x + 1$ 은 정수이므로

$$(3x + 1) - \frac{1}{2} \leq x^2 - x - \frac{1}{2} < (3x + 1) + \frac{1}{2}$$

$$\therefore 5 \leq x^2 - 4x + 4 < 6$$

$$\therefore 5 \leq (x - 2)^2 < 6$$

이때, $3x + 1$ 이 정수이므로 $3x$ 도 정수,

$$3x = k(k \text{는 정수}) \text{라 하면 } x = \frac{k}{3}$$

$$\therefore 5 \leq \left(\frac{k-6}{3}\right)^2 < 6$$

$$\therefore 45 \leq (k-6)^2 < 54 \quad \therefore k = -1, 13$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } x = -\frac{1}{3},$$

$$k = 13 \text{ 일 때 } x = \frac{13}{3}$$

$$\therefore 9\alpha\beta = -13$$

25. x, y 가 실수이고 $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 4 = 0$ 을 만족할 때, $\frac{y}{x}$ 의
최대값 M , 최소값 m 의 합 $M + m$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$
- ② $\frac{7}{2}$
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{8}{3}$
- ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$\frac{y}{x} = k$ 라 하자. $y = kx$ 이므로
 $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 4 = 0$ 에서
 $(k - 2k + 1)x^2 - (2 + 2k)x + 4 = 0$
 x, y 는 실수이므로, 판별식은 0보다 크거나 같다.
 $\therefore D' = (k + 1)^2 - 4(k^2 - 2k + 1) \geq 0$
 $3k^2 + 10k - 3 \geq 0$
 $3k^2 - 10k + 3 \leq 0$
 $(k - 3)(3k - 1) \leq 0$
 $\frac{1}{3} \leq k \leq 3$
 $\therefore m + M = \frac{1}{3} + 3 = \frac{10}{3}$