

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$ 이다.
- ② $\sqrt{4}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
- ③ $\sqrt{36} = 18$ 이다.
- ④ 0 의 제곱근은 없다.
- ⑤ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = a$ 이다.

해설

- ① $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$
- ② $\sqrt{4} = 2$ 의 제곱근 $\pm \sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{36} = 6$
- ④ 0 의 제곱근은 0 이다

2. $\sqrt{6} \times \sqrt{3} \div \sqrt{12}$ 을 간단히 한 것은?

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

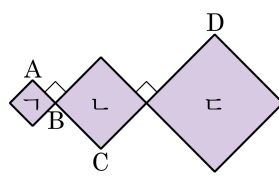
④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{6 \times 3}{12}} = \sqrt{\frac{18}{12}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

3. 다음 그림에서 세 정사각형 ㉠, ㉡, ㉢의 넓이가 각각 2 cm^2 , 8 cm^2 , 18 cm^2 일 때, $\overline{CD}$ 는?



- ① $2\sqrt{2}\text{ cm}$ ② $3\sqrt{2}\text{ cm}$
 ③ $4\sqrt{2}\text{ cm}$ ④ $5\sqrt{2}\text{ cm}$
 ⑤ $6\sqrt{2}\text{ cm}$

해설

㉡의 넓이가 8 cm^2 이므로 $\overline{BC} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\text{ cm}$ 이다. $\overline{CD} = 2\sqrt{2} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}\text{ cm}$ 이다.

4. 다음 두 식에 함께 들어있는 공통인 인수를 구하면?

㉠ $x^2 - x - 12$

㉡ $2x^2 - 5x - 12$

① $x + 3$

② $x - 3$

③ $2x + 3$

④ $2x - 3$

⑤ $x - 4$

해설

㉠ $x^2 - x - 12 = (x - 4)(x + 3)$

㉡ $2x^2 - 5x - 12 = (2x + 3)(x - 4)$

5. -1 은 이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 0$ 과 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인해이다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

해설

각 이차방정식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^2 - a + 1 = 0, \quad a = 2$$

$$2 \times (-1)^2 + 3 + b = 0 \quad b = -5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-5)^2 = 29$$

6. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $-\sqrt{4^2}$

② $-(-\sqrt{4})^2$

③ $-\sqrt{(-4)^2}$

④ $\sqrt{\sqrt{(-4)^4}}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{4}(4)^3}$

해설

$$\sqrt{\sqrt{(-4)^4}} = 4$$

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① -2 와 2 사이에는 정수가 3 개 있다.
- ② 두 자연수 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ③ $\frac{1}{7}$ 은 순환하는 무한소수이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{8}$ 사이에는 무리수가 4 개 있다.
- ⑤ $\sqrt{7}$ 과 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

해설

④ 무수히 많은 무리수가 있다.

8. 다음 세 수 A, B, C 의 대소 관계를 구하려고 한다. 다음 중 대소 관계를 나타낸 것으로 틀린 것을 모두 고르면?

$A = \sqrt{5} + \sqrt{3}, B = \sqrt{5} + 1, C = 3 + \sqrt{3}$

- ① $A < B$

② $A > B$

③ $A < C$

④ $C < B < A$

⑤ $B < A < C$

해설

(1) $A - B = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1)$
 $= \sqrt{3} - 1 > 0$
 $\therefore A > B$

(2) $A - C = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (3 + \sqrt{3})$
 $= \sqrt{5} - 3 < 0$
 $\therefore A < C$

(1), (2)의 결과에 의하여 $B < A < C$

9. x 에 대한 이차식 $(2x - a + 2)(2x + 8 + 2a)$ 가 완전제곱식이 되는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$-a + 2 = 8 + 2a$$

$$-3a = 6$$

$$\therefore a = -2$$

10. $x^2 - 2xy - 15y^2$ 과 $x^2 - 9y^2$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 3y$

해설

$$x^2 - 2xy - 15y^2 = (x - 5y)(x + 3y)$$

$$x^2 - 9y^2 = (x + 3y)(x - 3y)$$

11. 다음에 주어진 두 식에 대한 설명으로 틀린 것은?

$$A = a^2b - ab^2$$
$$B = a^3 - ab^2$$

- ① 식 A 의 인수는 7 개이다.
- ② $(a + b)$ 는 식 B 의 인수이다.
- ③ 식 B 의 인수는 7 개이다.
- ④ 식 A 와 식 B 의 공통인 인수는 $(a - b)$ 이다.
- ⑤ ab 는 식 A 의 인수이다.

해설

$A = a^2b - ab^2 = ab(a - b)$
 $B = a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a - b)(a + b)$
식 A 의 인수는 $a, b, (a - b), ab, a(a - b), b(a - b), ab(a - b)$ 이므로 7 개이다.
식 B 의 인수는 $a, (a - b), (a + b), a(a - b), a(a + b), (a - b)(a + b), a(a - b)(a + b)$ 이므로 7 개이다.

12. 다음 식에서 $A + B$ 의 값을 구하면?

$$\begin{aligned} &(3x-1)^2 - 9(2x+3)^2 \\ &= (Ax+8)(-3x-B) \end{aligned}$$

- ① 14
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} &3x-1=a, \quad 2x+3=b \text{ 라 하면} \\ &a^2-9b^2=(a+3b)(a-3b) \\ &=\{(3x-1)+3(2x+3)\} \{(3x-1)-3(2x+3)\} \\ &=(9x+8)(-3x-10) \\ &A=9, \quad B=10 \\ &\therefore A+B=19 \end{aligned}$$

13. $x = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x + 8$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ $2\sqrt{2} + 3$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x - 1 &= \sqrt{2} \text{ 이므로} \\x^2 - 2x + 8 &= (x^2 - 2x + 1) + 7 \\&= (x - 1)^2 + 7 \\&= (\sqrt{2})^2 + 7 \\&= 9\end{aligned}$$

14. 이차방정식 $ax^2 + (3 - 2a)x - 2 = 0$ 의 한 해가 $x = 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{7}{3}$ ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{7}$

해설

이차방정식 $ax^2 + (3 - 2a)x - 2 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,
 $a \times 3^2 + (3 - 2a) \times 3 - 2 = 0,$

$$9a + (9 - 6a) - 2 = 0, \quad 3a + 7 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{7}{3}$$

15. $-2 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & -2 < x < 3 \text{ 일 때,} \\ & \sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x| \\ & = x+2+x-3+6-2x=5 \end{aligned}$$

16. $\sqrt{19+x}$ 와 $\sqrt{120x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{19+x}$ 가 자연수가 되려면 $19+x = 25, 36, 49, \dots \therefore x = 6, 17, 30, \dots \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$\sqrt{120x} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면 $\therefore x = 2 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3 \times 5, \dots \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 가장 작은 자연수 x 는 30 이다.

17. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

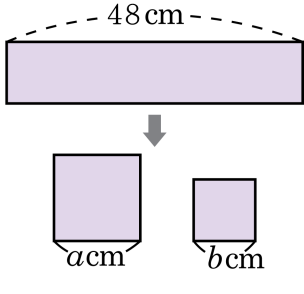
이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수)이 되어야 한다.

즉, $x = y$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

18. 다음 그림과 같이 48 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 74 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하여라. (단, $a > b > 0$)



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 24 cm²

해설

$$\begin{aligned} 4a + 4b &= 48 \text{ 이므로 } a + b = 12 \\ \text{또, } a^2 + b^2 &= 74 \\ (a + b)^2 - 2ab &= a^2 + b^2 \\ 74 &= 144 - 2ab \\ ab &= 35 \\ (a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab = 144 - 140 = 4 \\ a - b &> 0, \ a - b &= 2 \\ \therefore a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) = 12 \times 2 = 24(\text{ cm}^2) \end{aligned}$$

19. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c=0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)
- ① 삼각형이 될 수 없다. ② 이등변삼각형
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형 ④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
- ⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \\ & b, c \text{ 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.} \\ & \text{따라서 } b^2 + c^2 - a^2 = 0, \quad b^2 + c^2 = a^2 \\ & \angle A \text{ 가 직각인 직각삼각형이다.} \end{aligned}$$

20. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$ 에서
 $x^2 + 4ax = -b$
 $x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$
 $(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$
 $x + 2a = \pm \sqrt{4a^2 - b}$
 $\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$
따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면
 $\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$
 $\therefore b = -8$
따라서 $a - b = 7$ 이다.

21. 두 수 6 과 8 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $\sqrt{a-b}$ 를 구하여라. (단, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{26}$

해설

$$\begin{aligned} 6 &= \sqrt{36}, \quad 8 = \sqrt{64}, \\ \sqrt{a} &= \sqrt{63}, \quad a = 63, \\ \sqrt{b} &= \sqrt{37}, \quad b = 37, \\ \sqrt{a-b} &= \sqrt{63-37} = \sqrt{26} \end{aligned}$$

22. $x = 2\sqrt{2} + 1$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + x - 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{2} + 3$

해설

$x = 2\sqrt{2} + 1$ 에서 $x - 1 = 2\sqrt{2}$ 이므로 양변을 제곱하면
 $x^2 - 2x + 1 = 8, x^2 - 2x = 7$
 $\therefore$ (주어진 식) $= x(x^2 - 2x) + x - 5$
 $= 8x - 5 = 8(2\sqrt{2} + 1) - 5$
 $= 16\sqrt{2} + 3$

23. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$ab - 6a + 5b - 48 = 0$
 $b(a + 5) - 6a - 48 = 0$
 $b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$
 $(a + 5)(b - 6) = 18$
 $a > 0, b > 0$ 이므로 $a + 5 > 5$
(i) $a + 5 = 18, b - 6 = 1$
 $a = 13, b = 7$
(ii) $a + 5 = 9, b - 6 = 2$
 $a = 4, b = 8$
(iii) $a + 5 = 6, b - 6 = 3$
 $a = 1, b = 9$
∴ 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

24. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

25. 이차방정식 $kx^2 + (p+3)x - qk = 3$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 를 해로 갖는다고 할 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$kx^2 + (p+3)x - qk = 3$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4k + 2p + 6 - qk = 3$$

k 에 대하여 식을 정리하면

$$(4 - q)k + 2p + 3 = 0$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$4 - q = 0, 2p + 3 = 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore p + q = -\frac{3}{2} + 4 = \frac{5}{2}$$