1. $\sqrt{72n}$ 이 정수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 2$

해설

$\sqrt{72n} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times n}$ 에서 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $n = 2$ 이다.

2. $\sqrt{\left(\sqrt{7}-3\right)^2}-\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0　　② $6-2\sqrt{7}$　　③ 6

④ $\sqrt{6}$　　⑤ $3+\sqrt{7}$

해설

$\sqrt{7}<3=\sqrt{9}$ 이므로

$\sqrt{\left(\sqrt{7}-3\right)^2}-\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}$

$=\left|\sqrt{7}-3\right|-\left|3-\sqrt{7}\right|$

$=-\left(\sqrt{7}-3\right)-\left(3-\sqrt{7}\right)$

$=-\sqrt{7}+3-3+\sqrt{7}=0$

3. $\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{3}$ 을 간단히 나타내면?

① $\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{4}+\frac{5\sqrt{6}}{6}$ ③ $\frac{5\sqrt{2}}{4}-\frac{5\sqrt{6}}{6}$
④ $\frac{7\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{6}}{6}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{6}$

해설

$\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{3}$

$=\frac{\sqrt{2}+6\sqrt{2}}{4}+\frac{-3\sqrt{6}+2\sqrt{6}}{6}$

$=\frac{7\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{6}}{6}$

4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a(b+1)+(b+1)=(a+1)(b+1)$

② $(x+y)^2-2(x+y)+1=(x+y-1)^2$

③ $x^2+4x+4-y^2=(x+y+2)(x-y+2)$

④ $(x+2y)^2-(3x-2y)^2=-8x(x-2y)$

⑤ $(x-3)^2+2(x-3)-8=(x+1)(x-6)$

해설

⑤ $x-3=X$ 라고 하면

$$\begin{aligned}(x-3)^2+2(x-3)-8 &= X^2+2X-8\\ &= (X+4)(X-2)\\ &= (x-3+4)(x-3-2)\\ &= (x+1)(x-5)\end{aligned}$$

5. $\sqrt{82^2 - 80^2}$ 을 인수분해 공식을 이용하여 계산하면?

① 18 ② $2\sqrt{41}$ ③ $2\sqrt{43}$ ④ $3\sqrt{43}$ ⑤ $2\sqrt{47}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{82^2 - 80^2} &= \sqrt{(82+80)(82-80)} \\ &= \sqrt{162 \times 2} = 18\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $2x^2-4x-3=0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2-4a$ 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$x=a$ 를 대입하면 $2a^2-4a-3=0$

$\therefore\ 2a^2-4a=3$

7. 이차방정식 $x^2+8x+24-m=0$ 이 중근을 갖도록 하는 m의 값은?

① -8 ② -6 ③ 0 ④ 6 ⑤ 8

해설

중근을 가지려면 $x^2+8x+24-m=0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $24-m=16$

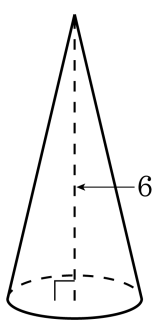
$\therefore m=8$

8. 다음 이차방정식 중 근이 <u>없는</u> 것은?

① $x^2 - 2 = 0$ ② $2x^2 - 6 = 0$ ③ $x^2 = 4$
④ $x^2 + 5 = 0$ ⑤ $2(x-5)^2 = 12$

해설
④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

9. 다음 그림의 원뿔의 부피가 12 일 때, 밑면의 반지름의 길이를 구하여라. (원주율은 3으로 한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \sqrt{2}$

해설

$12 = \frac{1}{3} \times x^2 \times 3 \times 6$

$12 = 6x^2$

$\therefore x = \sqrt{2}\ (\because x > 0)$

10. $\sqrt{2} = 1.414$ 일 때, $\sqrt{5.\dot{5}}$ 의 값을 소수 셋째 자리에서 반올림하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.36

해설

$\sqrt{5.\dot{5}} = \sqrt{\frac{50}{9}} = \frac{5\sqrt{2}}{3} = \frac{5}{3} \times 1.414 = 2.36$

11. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $3\left(a-\sqrt{7}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$2<\sqrt{7}<3$ 이므로 $a=\sqrt{7}-2$

$3\left(a-\sqrt{7}\right)=3\left(\sqrt{7}-2-\sqrt{7}\right)=-6$

12. $(2x+5)(2x+9)+k$ 가 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k=4$

해설

$4x^2+28x+45+k=(2x+7)^2$

$\therefore k=4$

13. $ab + 5a - 3b - 23 = 0$ 을 만족하는 정수 a ,b 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$,$b > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$ab + 5a - 3b - 23 = 0$
$a(b + 5) - 3(b + 5) + 15 - 23 = 0$
$(a - 3)(b + 5) - 8 = 0$
$(a - 3)(b + 5) = 8$
$a > 0,\ b > 0$ 이므로 $b + 5 > 5$
$a - 3 = 1,\ b + 5 = 8$
$\therefore a = 4,\ b = 3$

14. $(a+2b)^2-25c^2=(a+\square\, b+\square\, c)(a+\square\, b-\square\, c)$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

해설

$(a+2b)^2-25c^2$
$=(a+2b)^2-(5c)^2$
$=(a+2b+5c)(a+2b-5c)$

15. $a^2 - 6ab + 9b^2 - 36c^2$ 의 인수가 될 수 있는 것은?

① $a - 3b - 6c$　② $a + 3b - 6c$　③ $a - 6b - 3c$
④ $a + 6b - 3c$　⑤ $a + 6b + 3c$

해설

$(a - 3b)^2 - (6c)^2 = (a - 3b + 6c)(a - 3b - 6c)$

16. $a = \sqrt{2}+1$, $b = \sqrt{2}-1$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$a^2 - b^2$

$= (a+b)(a-b)$

$= \left(\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1\right)$

$= 2\sqrt{2} \times 2$

$= 4\sqrt{2}$

17. x의 값의 범위가 $0 \le x < 3$ 일 때, 이차방정식 $3x^2 - 10x + 3 = 0$ 을 만족시키는 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{3}$

해설

$3x^2 - 10x + 3 = 0$

$(3x - 1)(x - 3) = 0$

$\therefore\ x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 3$

x의 값의 범위가 $0 \le x < 3$ 이므로 $x = \frac{1}{3}$ 이다.

18. 다음 중 옳은 것은?(단, $a > 0, b > 0$)

① $-\sqrt{0.121} = -0.11$

② $\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{9}{100}}} = 0.3$

③ $\sqrt{(-1)^2}$ 의 제곱근은 -1 이다.

④ $a > 0$ 이면, $\dfrac{-\sqrt{(-a)^2}}{a} = -1$ 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2, B = \sqrt{(-b)^2}$ 이면, $A \times B = ab$ 이다.

해설

① $-0.11 = -\sqrt{0.11^2} = -\sqrt{0.0121}$

② $\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{9}{100}}} = \dfrac{1}{0.3} = \dfrac{10}{3}$

③ $\sqrt{(-1)^2} = 1$ 의 제곱근은 ± 1 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2 = -a, B = \sqrt{(-b)^2} = b$ 이므로 $A \times B = -ab$

19. 실수 $a,\ b$ 에 대하여 $a<0$, $0<b<1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 $a,\ b$ 의 계수와 상수항의 합은?

① -4　② -3　③ -2　④ -1　⑤ 0

해설

$a<0, 0<b<1$ 이므로
$a-b<0,\ 1-b>0$
$\therefore\ \sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(1-b)^2}$
$=|-2a|-|a-b|+|1-b|$
$=-2a+a-b+1-b$
$=-a-2b+1$
따라서 구하는 값은 $-1-2+1=-2$ 이다.

20. $\sqrt{24x}$ 가 8 과 9 사이의 수가 되도록 정수 x 의 값을 정하면?

① 3　　② 5　　③ 7　　④ 9　　⑤ 11

해설

$8 < \sqrt{24x} < 9$

$64 < 24x < 81$

$2\frac{2}{3} < x < 3\frac{3}{8}$

$\therefore x = 3$

21. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.

② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.

③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.

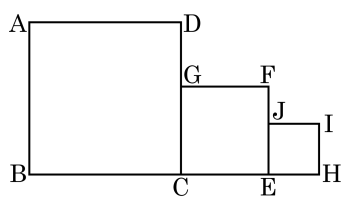
④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.

⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

22. 다음 그림에서 □ABCD , □CEFG , □EHIJ 는 모두 정사각형이고 그 넓이는 각각 S_1, S_2, S_3 이다. $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{3}S_1$, $S_3 = \frac{1}{3}S_2$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{13}{9}$　② $4-\sqrt{3}$　③ $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{7}{3}$　⑤ $\frac{4+\sqrt{3}}{3}$

해설

$S_1 = 1$ 이므로, $\overline{BC} = 1$,

$S_2 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$, $\overline{CE} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$S_3 = \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$, $\overline{EH} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

$\therefore\ \overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EH} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4+\sqrt{3}}{3}$

23. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되지 않는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 91 개

해설

$S(n) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \ldots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$

따라서 $S(n)$이 자연수이려면 $\sqrt{n+1}$이 1보다 큰 자연수가 되어야 한다.

$n \le 100$인 자연수이므로

$1 < n + 1 \le 101$

$n + 1 = 2^2, 3^2, 4^2, \cdots, 10^2$ 일 때, $\sqrt{n+1}$이 1 보다 큰 자연수이므로

100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$이 자연수가 되기 위한 n 의 개수는 9 개이고,

자연수가 되지 않기 위한 n의 개수는 $100 - 9 = 91$ (개)이다.

24. $1 < p < 2$ 이고, $\sqrt{x} = p - 1$ 일 때, $\sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{x} = p - 1$ 의 양변을 제곱하면
$x = (p-1)^2$ 이므로

$\sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+2}$
$= \sqrt{(p-1)^2 + 4p} + \sqrt{(p-1)^2 - 2p + 3}$
$= \sqrt{(p+1)^2} + \sqrt{(p-2)^2}$

이때, $2 < p + 1 < 3$ 이고, $-1 < p - 2 < 0$ 이므로
$\therefore$ (주어진 식) $= p + 1 - (p - 2) = 3$

25. x 에 대한 이차방정식 $(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 의 한 근이 1 일 때, a 의 값과 나머지 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $x = \frac{4}{5}$

해설

$(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$에
$x = 1$ 을 대입하면
$a + 2 - a^2 + 4 = 0$
$a^2 - a - 6 = 0$
$(a+2)(a-3) = 0$
이차방정식 $(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$은
x^2 의 계수는 0 이 아니어야 하므로
$\therefore\ a = 3$
$a = 3$을 이차방정식에 대입하면
$5x^2 - 9x + 4 = 0$
$(x-1)(5x-4) = 0$
$x = 1$ 또는 $x = \frac{4}{5}$
따라서 $a = 3$이고 나머지 한 근은 $\frac{4}{5}$이다.