

1. $\sqrt{72n}$ 이 정수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 2$

해설

$\sqrt{72n} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times n}$ 에서 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야
하므로 $n = 2$ 이다.

2. $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $6 - 2\sqrt{7}$

③ 6

④ $\sqrt{6}$

⑤ $3 + \sqrt{7}$

해설

$\sqrt{7} < 3 = \sqrt{9}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2} \\ &= |\sqrt{7}-3| - |3-\sqrt{7}| \\ &= -(\sqrt{7}-3) - (3-\sqrt{7}) \\ &= -\sqrt{7}+3-3+\sqrt{7}=0 \end{aligned}$$

3. $\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3}$ 을 간단히 나타내면?

① $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{6}$
④ $\frac{7\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{6}$

② $\frac{5\sqrt{2}}{4} + \frac{5\sqrt{6}}{6}$
⑤ $\frac{7\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{6}$

③ $\frac{5\sqrt{2}}{4} - \frac{5\sqrt{6}}{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{2} + 6\sqrt{2}}{4} + \frac{-3\sqrt{6} + 2\sqrt{6}}{6} \\ &= \frac{7\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a(b+1) + (b+1) = (a+1)(b+1)$

② $(x+y)^2 - 2(x+y) + 1 = (x+y-1)^2$

③ $x^2 + 4x + 4 - y^2 = (x+y+2)(x-y+2)$

④ $(x+2y)^2 - (3x-2y)^2 = -8x(x-2y)$

⑤ $(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 = (x+1)(x-6)$

해설

⑤ $x-3 = X$ 라고 하면

$$\begin{aligned}(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 &= X^2 + 2X - 8 \\ &= (X+4)(X-2) \\ &= (x-3+4)(x-3-2) \\ &= (x+1)(x-5)\end{aligned}$$

5. $\sqrt{82^2 - 80^2}$ 을 인수분해 공식을 이용하여 계산하면?

- ① 18 ② $2\sqrt{41}$ ③ $2\sqrt{43}$ ④ $3\sqrt{43}$ ⑤ $2\sqrt{47}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{82^2 - 80^2} &= \sqrt{(82 + 80)(82 - 80)} \\ &= \sqrt{162 \times 2} = 18\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$

$\therefore 2a^2 - 4a = 3$

7. 이차방정식 $x^2 + 8x + 24 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 m 의 값은?

① -8

② -6

③ 0

④ 6

⑤ 8

해설

중근을 가지려면 $x^2 + 8x + 24 - m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야
하므로 $24 - m = 16$

$$\therefore m = 8$$

8. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$

② $2x^2 - 6 = 0$

③ $x^2 = 4$

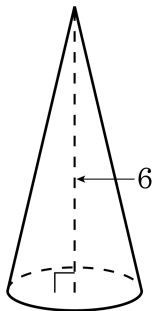
④ $x^2 + 5 = 0$

⑤ $2(x - 5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

9. 다음 그림의 원뿔의 부피가 12 일 때, 밑면의 반지름의 길이를 구하여라. (원주율은 3으로 한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \sqrt{2}$

해설

$$12 = \frac{1}{3} \times x^2 \times 3 \times 6$$

$$12 = 6x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{2} \quad (\because x > 0)$$

10. $\sqrt{2} = 1.414$ 일 때, $\sqrt{5.\dot{5}}$ 의 값을 소수 셋째 자리에서 반올림하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.36

해설

$$\sqrt{5.\dot{5}} = \sqrt{\frac{50}{9}} = \frac{5\sqrt{2}}{3} = \frac{5}{3} \times 1.414 = 2.36$$

11. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $3(a - \sqrt{7})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$2 < \sqrt{7} < 3 \text{ 이므로 } a = \sqrt{7} - 2$$

$$3(a - \sqrt{7}) = 3(\sqrt{7} - 2 - \sqrt{7}) = -6$$

12. $(2x+5)(2x+9)+k$ 가 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

$$4x^2 + 28x + 45 + k = (2x + 7)^2$$

$$\therefore k = 4$$

13. $ab + 5a - 3b - 23 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0, b > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$$ab + 5a - 3b - 23 = 0$$

$$a(b + 5) - 3(b + 5) + 15 - 23 = 0$$

$$(a - 3)(b + 5) - 8 = 0$$

$$(a - 3)(b + 5) = 8$$

$$a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } b + 5 > 5$$

$$a - 3 = 1, b + 5 = 8$$

$$\therefore a = 4, b = 3$$

14. $(a + 2b)^2 - 25c^2 = (a + \square b + \square c)(a + \square b - \square c)$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(a + 2b)^2 - 25c^2 &= (a + 2b)^2 - (5c)^2 \\ &= (a + 2b + 5c)(a + 2b - 5c)\end{aligned}$$

15. $a^2 - 6ab + 9b^2 - 36c^2$ 의 인수가 될 수 있는 것은?

① $a - 3b - 6c$

② $a + 3b - 6c$

③ $a - 6b - 3c$

④ $a + 6b - 3c$

⑤ $a + 6b + 3c$

해설

$$(a - 3b)^2 - (6c)^2 = (a - 3b + 6c)(a - 3b - 6c)$$

16. $a = \sqrt{2} + 1$, $b = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$a^2 - b^2$$

$$= (a + b)(a - b)$$

$$= (\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1)$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2$$

$$= 4\sqrt{2}$$

17. x 의 값의 범위가 $0 \leq x < 3$ 일 때, 이차방정식 $3x^2 - 10x + 3 = 0$ 을 만족시키는 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{3}$

해설

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$(3x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

x 의 값의 범위가 $0 \leq x < 3$ 이므로 $x = \frac{1}{3}$ 이다.

18. 다음 중 옳은 것은?(단, $a > 0, b > 0$)

① $-\sqrt{0.121} = -0.11$

② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = 0.3$

③ $\sqrt{(-1)^2}$ 의 제곱근은 -1 이다.

④ $a > 0$ 이면, $\frac{-\sqrt{(-a)^2}}{a} = -1$ 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2, B = \sqrt{(-b)^2}$ 이면, $A \times B = ab$ 이다.

해설

① $-0.11 = -\sqrt{0.11^2} = -\sqrt{0.0121}$

② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = \frac{1}{0.3} = \frac{10}{3}$

③ $\sqrt{(-1)^2} = 1$ 의 제곱근은 ± 1 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2 = -a, B = \sqrt{(-b)^2} = b$ 이므로 $A \times B = -ab$

19. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, 0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0, 1 - b > 0$

$$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$$

$$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$$

$$= -2a + a - b + 1 - b$$

$$= -a - 2b + 1$$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

20. $\sqrt{24x}$ 가 8 과 9 사이의 수가 되도록 정수 x 의 값을 정하면?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$8 < \sqrt{24x} < 9$$

$$64 < 24x < 81$$

$$2\frac{2}{3} < x < 3\frac{3}{8}$$

$$\therefore x = 3$$

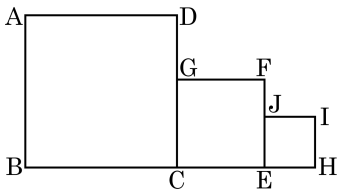
21. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

22. 다음 그림에서 $\square ABCD$, $\square CEFG$, $\square EHIJ$ 는 모두 정사각형이고 그 넓이는 각각 S_1 , S_2 , S_3 이다. $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{3}S_1$, $S_3 = \frac{1}{3}S_2$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{13}{9}$

② $4 - \sqrt{3}$

③ $\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$

④ $\frac{7}{3}$

⑤ $\frac{4 + \sqrt{3}}{3}$

해설

$$S_1 = 1 \text{ 이므로, } \overline{BC} = 1,$$

$$S_2 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}, \overline{CE} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$S_3 = \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}, \overline{EH} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EH} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4 + \sqrt{3}}{3}$$

23. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되지 않는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 91 개

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

따라서 $S(n)$ 이 자연수이려면 $\sqrt{n+1}$ 이 1보다 큰 자연수가 되어야 한다.

$n \leq 100$ 인 자연수이므로

$$1 < n+1 \leq 101$$

$n+1 = 2^2, 3^2, 4^2, \dots, 10^2$ 일 때, $\sqrt{n+1}$ 이 1보다 큰 자연수이므로

100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 이 자연수가 되기 위한 n 의 개수는 9개이고,

자연수가 되지 않기 위한 n 의 개수는 $100 - 9 = 91$ (개)이다.

24. $1 < p < 2$ 이고, $\sqrt{x} = p - 1$ 일 때, $\sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{x} = p - 1$ 의 양변을 제곱하면

$x = (p - 1)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3} \\ &= \sqrt{(p-1)^2+4p} + \sqrt{(p-1)^2-2p+3} \\ &= \sqrt{(p+1)^2} + \sqrt{(p-2)^2} \end{aligned}$$

이때, $2 < p + 1 < 3$ 이고, $-1 < p - 2 < 0$ 이므로

$\therefore$ (주어진 식) $= p + 1 - (p - 2) = 3$

25. x 에 대한 이차방정식 $(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 의 한 근이 1일 때, a 의 값과 나머지 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $x = \frac{4}{5}$

해설

$$(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0 \text{에}$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$a + 2 - a^2 + 4 = 0$$

$$a^2 - a - 6 = 0$$

$$(a+2)(a-3) = 0$$

이차방정식 $(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 은

x^2 의 계수는 0이 아니어야 하므로

$$\therefore a = 3$$

$a = 3$ 을 이차방정식에 대입하면

$$5x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$(x-1)(5x-4) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5}$$

따라서 $a = 3$ 이고 나머지 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이다.