1. 순환소수 $1.\dot{1}\dot{5}$에 a를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 9 ③ 33 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.\dot{1}\dot{5} = \frac{115-1}{99} = \frac{38}{33}$이므로 가장 작은 자연수 a는 33이다.

2. $(3x^a y^2)^b \div (x^2 y^c)^4 = \dfrac{27}{x^2 y^6}$ 일 때, $a^2 + b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(3x^a y^2)^b \div (x^2 y^c)^4 = \dfrac{27}{x^2 y^6}$ 을 정리하면

$\dfrac{3^b x^{ab} y^{2b}}{x^8 y^{4c}} = \dfrac{27}{x^2 y^6}$

i) $3^b = 27$, $b = 3$

ii) x^{ab} 에서 지수 ab 는 6 이 되어야 하므로

$a = 2$

iii) y^{4c} 에서 지수 $4c$ 는 12 가 되어야 하므로

$c = 3$

$\therefore\ a^2 + b - c = 4$

3. 어떤 식에서 $-2x^2-3x$를 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $2x^2+5x$가 되었다. 바르게 계산하였을 때의 답은?

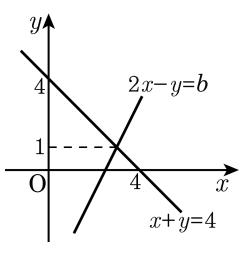
① $2x^2-3x$ ② $2x^2-5x$ ③ $6x^2+5x$

④ $6x^2+11x$ ⑤ $6x^2-15x$

해설

어떤 식을 A라 하면
$A+(-2x^2-3x)=2x^2+5x$
$A=(2x^2+5x)-(-2x^2-3x)=4x^2+8x$
따라서 바르게 계산하면 $(4x^2+8x)-(-2x^2-3x)=$
$6x^2+11x$이다.

4. x, y가 모든 수일 때, 연립방정식을 만족하는 해의 그래프를 그렸더니 아래와 같다. 이 때, 교점의 x좌표와 b 값은?



① $x=3,\ b=5$ ② $x=-3,\ b=5$

③ $x=3,\ b=-5$ ④ $x=-5,\ b=3$

⑤ $x=5,\ b=3$

해설

$y=1$을 $x+y=4$에 대입하면 $x=3$
$2x-y=b$에 $x=3,\ y=1$을 대입하면 $b=5$

5. 연립방정식 $\begin{cases} 4x-y=6 \\ x:y=3:2 \end{cases}$ 에서 x 의 값을 구하여라.

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$\begin{cases} 4x-y=6 & \cdots ① \\ 3y=2x & \cdots ② \end{cases}$

② $\times 2$를 ①에 대입하면

$5y=6$

$\therefore\ y=\frac{6}{5},\ x=\frac{9}{5}$

6. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 개수는?

㉠ $100 \le x \le 200$
㉡ $\frac{x}{85}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$85 = 5 \times 17$ 이므로 x 는 17 의 배수이다.
$100 \le x \le 200$ 사이의 17 의 배수는 102, 119, $\cdots$, 187 모두 6 개이다.

7. 어떤 수에 $1.\dot{6}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.6 을 곱했더니, 정답과 오답의 차가 0.6 이 되었다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

어떤 수를 미지수 x 로 두면

$x \times 1.\dot{6} - x \times 1.6 = 0.6$

$x \times \left(\frac{15}{9} - \frac{16}{10}\right) = x \times \frac{6}{90} = \frac{6}{10}$

$\therefore\ x = 9$

8. $(-3x^Ay^2)^2 \times Bx \div (3y^3)^2 = -\dfrac{9x^3}{y^C}$ 에서 A, B, C 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = 1$

▷ 정답: $B = -9$

▷ 정답: $C = 2$

해설

$(-3x^Ay^2)^2 \times Bx \div (3y^3)^2 = -\dfrac{9x^3}{y^C}$

$\dfrac{Bx^{2A+1}}{y^2} = -\dfrac{9x^3}{y^C}$

$2A + 1 = 3,\ A = 1$

$\therefore A = 1, B = -9, C = 2$

9. $\left(x-\frac{A}{3}\right)^2$ 을 전개한 식이 $x^2+Bx+\frac{1}{9}$ 일 때, A^2+9B^2 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 상수)

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$x^2-2\times x\times\frac{A}{3}+\left(\frac{A}{3}\right)^2=x^2-\frac{2}{3}Ax+\frac{A^2}{9}$

$A^2=1,\ B^2=\frac{4}{9}A^2$

$\therefore A^2+9B^2=1+9\times\frac{4}{9}=5$

10. $(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 55

해설

$(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$
$= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-3)(x+2)\}$
$= (x^2-x-12)(x^2-x-6)$
x^2 이 나오는 항은 $-6x^2+x^2-12x^2=-17x^2$ 이다.
따라서 x^2 의 계수는 -17 이고 상수항은 72 이므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $-17+72=55$ 이다.

11. 일차방정식 $2x - ay = 10$ 의 그래프가 두 점 $(-1,\ 4)$, $(b,\ 6b)$ 를 지날 때, ab 의 값은?

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(-1,\ 4)$ 를 $2x - ay = 10$ 에 대입하면

$-2 - 4a = 10, \quad \therefore\ a = -3$

$(b,\ 6b)$ 를 $2x + 3y = 10$ 에 대입하면

$2b + 18b = 10, \quad \therefore\ b = \frac{1}{2}$

$\therefore ab = -\frac{3}{2}$

12. $A = 4x + 2y$, $B = -2x - 3y$ 일 때, $\begin{cases} A + B = 5 \\ A - B = -9 \end{cases}$ 이다. 이 때, $x - y$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{array}{r} A + B = 5 \\ +\ )\underline{A - B = -9} \\ 2A = -4 \end{array}$$

$\therefore A = -2$

$A = -2$ 를 위 식에 대입하면 $B = 7$

$$\begin{cases} 4x + 2y = -2 & \cdots ㉠ \\ -2x - 3y = 7 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $+$ ㉡ $\times 2$ 를 하면 $y = -3$ 이고 $x = 1$ 이다.

따라서 $x - y = 1 - (-3) = 4$

13. 연립방정식 $\begin{cases} 6x-2y=9 & \cdots ㉠ \\ x+y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 y 를 소거하는 대입법으로 풀려고 한다. 다음 중 옳은 것은?

① ㉠ + ㉡ × 2 로 계산한다.

② ㉠-㉡ × 6 을 계산한다.

③ ㉠ 에서 $x=y+9$ 를 ㉡ 에 대입한다.

④ ㉡ 에서 $y=-x+5$를 ㉠ 에 대입한다.

⑤ ㉠ 에서 $y=3x+9$ 를 ㉡ 에 대입한다.

해설

y 의 계수가 간단한 ㉡ 식을 y 에 관한 식으로 푼 후 ㉠ 에 대입한다.

14. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?

① $\begin{cases} 2x+y=12 \\ x-y=-6 \end{cases}$

② $3x+2y=-6x-4y=3$

③ $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 2x+4y=6 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x+4y=6 \\ 2x-4y=6 \end{cases}$

⑤ $x-2y=2x-y=3$

해설

② $3x+2y=3$, $-6x-4y=3$ 에서 첫 번째 식에 $\times(-2)$ 를 한 후 두 번째 식을 빼면 $0\cdot x=-9$ 가 되므로 해가 없다.

15. 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$ 가 $\frac{13}{33}$ 일 때, 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$ 를 기약분수로 나타내어라.
(단, a, b는 한 자리의 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{31}{33}$

해설

$0.\dot{a}\dot{b} = \frac{10a+b}{99} = \frac{13}{33}$

$\therefore\ 10a+b=39\ \cdots$ ①

a, b 는 한 자리의 자연수이므로 $a=3$, $b=9$

$\therefore\ 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{9}\dot{3} = \frac{93}{99} = \frac{31}{33}$

16. $3^2 \times (3^{\square})^5 = 3^{17}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

지수법칙을 이용하면

$2 + 5 \times \square = 17$

$5 \times \square = 15$

$\therefore \square = 3$

17. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$

$m = 10$, $n = 5$

$\therefore m+n = 15$

18. 두 순서쌍 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$ 에 대하여 $(x_1,\ y_1)\times(x_2,\ y_2)=x_1x_2+x_1y_2+y_1x_2+y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x,\ y)\times(-y,\ 3x)$ 를 간단히 하면?

① $-6x^2+2xy-y^2$ ② $-6x^2+xy+3y^2$

③ $2x^2-xy-y^2$ ④ $6x^2+xy-y^2$

⑤ $6x^2-xy+3y^2$

해설

$2x\times(-y)+2x\times3x+y\times(-y)+y\times3x$
$=-2xy+6x^2-y^2+3xy$
$=6x^2+xy-y^2$

19. $(x-y+2)(x-y+3)-(x+2y-3)^2$을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면?

① -3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 21

해설

$x-y=A,\ x+2y=B$라 하면

$(x-y+2)(x-y+3)-(x+2y-3)^2$

$=(A+2)(A+3)-(B-3)^2$

$=A^2+5A+6-B^2+6B-9$

$=(x-y)^2+5(x-y)+6-(x+2y)^2+6(x+2y)-9$

$=x^2-2xy+y^2+5x-5y+6-x^2-4xy-4y^2+6x+12y-9$

$=-3y^2-6xy+11x+7y-3$

$\therefore$ 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 : $-3-6+11+7=9$

20. 다음 식에서 P 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$P = \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)}$$
$$= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$
$$= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

21. 분수 $\frac{x}{132}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{y}$ 이 되고 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, $x+y$ 의 값은? $(y>2)$

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$\frac{x}{132}=\frac{x}{2^2\times3\times11}=\frac{1}{y}$ 에서 $x=33$ 이다.

약분하면 $y=4$ 이다.

$x+y=37$ 이다.

22. $\frac{4}{27}$ 를 소수로 나타내었을 때, x_n 은 소수점 아래 n 번째 수를 나타낸다. 다음 값을 구하여라.

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + \cdots + x_{41}$$

▶ 답:

▷ 정답: 91

해설

$\frac{4}{27} = 0.\dot{1}4\dot{8},\ x_1 = 1,\ x_3 = 8,\ x_5 = 4, \cdots x_7 = 1, \cdots$

$\therefore$ (준식) $= 7 \times (1 + 8 + 4) = 91$

23. 자연수 a 에 대하여 $1^a + 2^a + 3^a$ 을 10 으로 나눈 나머지를 $f(a)$ 라 할 때, $f(10) + f(14)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

1^a 의 일의 자리의 숫자는 $1,\ 1,\ 1,\ 1\cdots$
2^a 의 일의 자리의 숫자는 $2,\ 4,\ 8,\ 6,\ 2,\ 4\cdots$
3^a 의 일의 자리의 숫자는 $3,\ 9,\ 7,\ 1,\ 3,\ 9\cdots$
따라서, $1^a + 2^a + 3^a$ 의 일의 자리의 숫자는 $6,\ 4,\ 6,\ 8\cdots$ 이 반복된다.
즉, $f(n) = f(n+4)$ 이므로 $f(10) = f(14)$ 이고
$f(10)$ 의 일의 자리의 숫자는 $10 = 4 \times 2 + 2$ 이므로 4 이다.
$\therefore f(10) + f(14) = 4 + 4 = 8$

24. $x+y+z=1$, $x^2+y^2+z^2=5$ 일 때, $xy+yz+zx$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$ 이므로 $5=1-2(xy+yz+zx)$

$\therefore (xy+yz+zx)=-2$

25. x, y 가 자연수일 때, 방정식 $\frac{x+3}{2} = \frac{7-y}{3}$ 의 해가 $ax + by = 5$ 를 만족한다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\frac{x+3}{2} = \frac{7-y}{3}$ 의 양변에 6 을 곱하면

$3(x+3) = 2(7-y)$

$3x + 9 = 14 - 2y$

$3x + 2y = 5$

$x = 1, y = 1$

$ax + by = 5$ 에 $x = 1,\ y = 1$ 을 대입하면 $a + b = 5$ 이다.