

1. 다음 중 옳은 것은?

① $x^2 + 3xy - 2y^2 = (2x + y)(x - 2y)$

② $x(y - 1) - y + 1 = (y - 1)(x - 1)$

③ $x^3 - 4x = x(x - 2)^2$

④ $x^2 - y^2 - 2x + 2y = (x + y)(x - y - 2)$

⑤ $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (3x - 1)(x + 1)$

해설

③ $x^3 - 4x = x(x - 2)(x + 2)$

④ $x^2 - y^2 - 2x + 2y = (x - y)(x + y - 2)$

⑤ $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (3x - 1)(x + 3)$

2. $\sqrt{81}$ 의 양의 제곱근을 a , $(-4)^2$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값은?

① -7

② -1

③ 1

④ 7

⑤ 13

해설

$\sqrt{81} = 9$ 의 제곱근은 ± 3 이므로 양의 제곱근 $a = 3$

$(-4)^2 = 16$ 의 제곱근은 ± 4 이므로 음의 제곱근 $b = -4$

$\therefore a - b = 3 - (-4) = 7$

3. 다음 중 유리수가 아닌 수는?

① $(-\sqrt{0.3})^2$

② $-\sqrt{1}$

③ $\sqrt{3.9}$

④ $\sqrt{\left(-\frac{2}{7}\right)^2}$

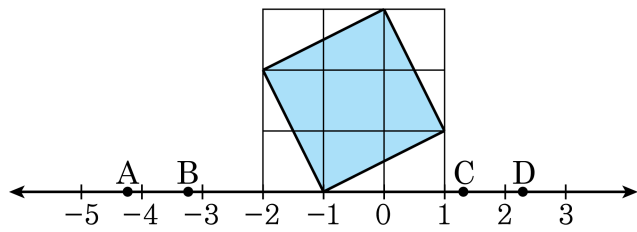
⑤ $\sqrt{6}-\sqrt{4}$

해설

① $(-\sqrt{0.3})^2 = 0.3$ ② $-\sqrt{1} = -1$

③ $\sqrt{3.9} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2$ ④ $\frac{2}{7}$

4. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1 - \sqrt{5}$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C
④ D ⑤ 알 수 없다.

해설

$$\begin{aligned} -3 &< -\sqrt{5} < -2 \\ -4 &< -1 - \sqrt{5} < -3 \end{aligned}$$

5. 두 실수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?

① 3

② $\sqrt{6}$

③ $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{2}$

④ $\sqrt{5} + 2$

⑤ $2\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{5} < \sqrt{3^2} < \sqrt{10}$

② $\sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{10}$

③ 두 수의 평균은 항상 두 수 사이에 존재

④ $2 < \sqrt{5} < 3$

$\therefore 4 < \sqrt{5} + 2 < 5$

⑤ $\sqrt{5} < \sqrt{8} < \sqrt{10}$

6. $5\sqrt{18} \times \frac{\sqrt{2}}{3}$ 를 간단히 하면?

- ① $15\sqrt{2}$ ② 15 ③ $10\sqrt{3}$ ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 10

해설

$$5\sqrt{18} \times \frac{\sqrt{2}}{3} = 5 \times \frac{\sqrt{18 \times 2}}{3} = 5 \times \frac{\sqrt{36}}{3} = 10$$

7. 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

㉡ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$

㉢ $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$
- ㉣ $\sqrt{38} = 2\sqrt{19}$

㉤ $3\sqrt{7} = \sqrt{42}$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

해설

- ㉠ $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ (○)
- ㉡ $\sqrt{38} = 2\sqrt{19}$ (×)
- ㉢ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$ (○)
- ㉤ $3\sqrt{7} = \sqrt{42}$ (×)
- ㉢ $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$ (○)

따라서 옳은 것은 모두 3개이다.

8. $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화하면 $\frac{\sqrt{21}}{2a}$ 이 된다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{21}}{2a}$$

$$\therefore a = 3$$

9. $3\sqrt{5} - \sqrt{20} - 2\sqrt{45}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $-2\sqrt{5}$

② $-3\sqrt{5}$

③ $-4\sqrt{5}$

④ $-5\sqrt{5}$

⑤ $-6\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{5} - \sqrt{20} - 2\sqrt{45} &= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 6\sqrt{5} \\ &= -5\sqrt{5} \end{aligned}$$

10. $\sqrt{8} - \frac{1}{\sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{32}} = k\sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은?

① 2

② $\frac{23}{12}$

③ $\frac{47}{24}$

④ 3

⑤ $\frac{57}{24}$

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2} - \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} &= 2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{48\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{24} \\ &= \frac{47\sqrt{2}}{24} \end{aligned}$$

11. $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}}$ 을 계산하면?

㉠ $-2\sqrt{6}$

㉡ $-\sqrt{6}$

㉢ $\sqrt{6}$

㉣ $2\sqrt{2}$

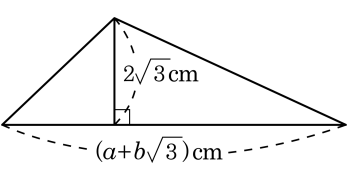
㉤ $4\sqrt{2}$

해설

분모를 유리화하면,

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} - \frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} \\ &= \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{4-3} - \frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{4-3} \\ &= 2\sqrt{2} - \sqrt{6} - (2\sqrt{2} + \sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{2} - \sqrt{6} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6} \\ &= -2\sqrt{6} \end{aligned}$$

12. 다음 그림과 같은 삼각형에서 넓이가 $(9 + 6\sqrt{3})\text{cm}^2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 유리수)



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{삼각형의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (\text{높이}) \\&= \frac{1}{2}(a + b\sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \\&= a\sqrt{3} + 3b \\&= 9 + 6\sqrt{3} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$a = 6, b = 3$ 이다.
따라서 $a + b = 3 + 6 = 9$ 이다.

13. 다음 표는 제곱근표의 일부분이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
2.6	1,612	1,616	1,619	1,622
2.7	1,643	1,646	1,649	1,652
2.8	1,673	1,676	1,679	1,682
2.9	1,703	1,706	1,709	1,712

- ① $\sqrt{2.60}$

② $\sqrt{2.72}$
- ③ $\sqrt{2.91}$

④ $\sqrt{2.61} - \sqrt{2.94}$
- ⑤ $\sqrt{2.83} + \sqrt{2.70}$

해설

④ 주어진 제곱근표로는 $\sqrt{2.94}$ 를 구할 수 없다.

14. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$
 , $\sqrt{7} = 2.646$)

① $\sqrt{2} + 1$

② $\sqrt{5}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{2}$

④ $\sqrt{7} - \sqrt{2}$

⑤ $\pi - \sqrt{2}$

해설

④ $\sqrt{7} - \sqrt{2} = 2.646 - 1.414 = 1.232$

15. $(x-5+a)(x-4+3a)$ 를 완전제곱식으로 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -\frac{1}{2}$

해설

$$-5+a = -4+3a$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

16. $8x^2 - 10xy - 12y^2$ 을 인수분해 했을 때, 인수인 것을 고르면?

① $4x + 3y$

② $x - y$

③ $x + 2y$

④ $2x + 4y$

⑤ $4x - 3y$

해설

$$\begin{aligned} 8x^2 - 10xy - 12y^2 &= 2(4x^2 - 5xy - 6y^2) \\ &= 2(x - 2y)(4x + 3y) \end{aligned}$$

17. 다음 중 옳은 것은?

① $(a-b)^2 = (b-a)^2$

② $(a+b)^2 = (a-b)^2$

③ $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

④ $(a-b)(-a-b) = (a-b)(a+b)$

⑤ $(b+a)(b-a) = (-b-a)(b+a)$

해설

① $(a-b)^2 = \{-(a-b)\}^2 = (b-a)^2$

18. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수를 구하면?

① $x - 1$

② $2x - 3$

③ $x + 3$

④ $2x + 3$

⑤ $x - 3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 3 &= (x - 3)(x - 1) \\ 2x^2 - 3x - 9 &= (2x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

19. 다항식 $(x+4)(x-2)-7$ 은 두 일차식의 곱으로 나타낼 수 있다. 이때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x+8$

② $2x+2$

③ $2x+1$

④ $2x-6$

⑤ $2x-8$

해설

$$\begin{aligned}(x+4)(x-2)-7 &= x^2+2x-15 \\ &= (x+5)(x-3)\end{aligned}$$

$$\therefore (x+5)+(x-3)=2x+2$$

20. 정사각형 모양의 땅의 넓이가 $4x^2 + 12x + 9$ 일 때, 한 변의 길이는?

① $2x + 1$

② $2x + 3$

③ $3x + 1$

④ $3x - 2$

⑤ $3x + 5$

해설

$4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$ 이므로
따라서 한 변의 길이는 $2x + 3$ 이다.

21. $(x-2y)(x-2y-3)-10$ 을 인수분해하면
 $(x-2y+m)(x-2y+n)$ 일 때, mn 의 값은?

㉠ -10 ㉡ 3 ㉢ 10 ㉣ 2 ㉤ -2

해설

$$\begin{aligned}x-2y &= t \text{ 라 하면,} \\t(t-3)-10 &= t^2-3t-10 \\&= (t-5)(t+2) \\&= (x-2y-5)(x-2y+2) \\\therefore m &= -5, n = 2 \\\therefore mn &= -10\end{aligned}$$

22. $\sqrt{\sqrt{x}}$ 가 3 의 양의 제곱근일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

해설

$$\sqrt{\sqrt{x}} = \sqrt{3}, \sqrt{x} = 3 \\ \therefore x = 9$$

23. 다음 중 계산이 옳지 않은 것은?

- ① $(\sqrt{13})^2 + (-\sqrt{4})^2 = 17$ ② $(-\sqrt{2})^2 - (-\sqrt{5})^2 = 3$
③ $(\sqrt{5})^2 \times \left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 = 1$ ④ $\sqrt{(-7)^2} \times \sqrt{(-6)^2} = 42$
⑤ $\sqrt{12^2} \div \sqrt{(-4)^2} = 3$

해설

$$\textcircled{2} \quad (-\sqrt{2})^2 - (-\sqrt{5})^2 = 2 - 5 = -3$$

24. 다음 식이 모두 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 최솟값을 구하고 그 자연수 y 를 각각 구하여라.

	자연수 x 의 최솟값	y
$y = \sqrt{270x}$	㉠	㉡
$n = \sqrt{\frac{120}{x}}$	㉢	㉣

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠= 30

▷ 정답 : ㉡= 90

▷ 정답 : ㉢= 30

▷ 정답 : ㉣= 2

해설

㉠ $270x = 2 \times 3^3 \times 5 \times x$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉡ 따라서 $y = \sqrt{270 \times 30} = 90$ 이다.

㉢ $\frac{120}{x} = \frac{2^3 \times 3 \times 5}{x}$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉣ 따라서 $y = \sqrt{\frac{120}{30}} = 2$ 이다.

25. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\sqrt{3}-1 > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

$$\sqrt{3}-2 < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

$$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$$

$$= \sqrt{3}-1 - \sqrt{3}+2 = 1$$

26. $13 < \sqrt{7x^3} < 15$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$13 < \sqrt{7x^3} < 15$$

$$169 < 7x^3 < 225$$

$$24.\times\times < x^3 < 32.\times\times$$

$$x^3 = 27$$

$$\therefore x = 3$$

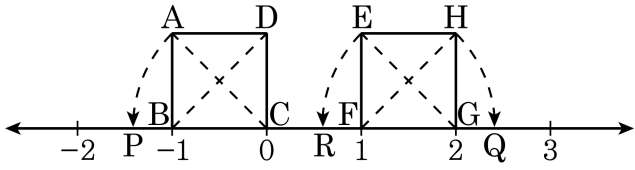
27. 다음 중 옳은 것은?

- ① 무한소수는 무리수이다.
- ② 유리수는 유한소수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
- ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
- ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
- ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
- ⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

28. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. P, Q, R 세 점의 좌표를 p, q, r 이라 할 때, $p + q + r$ 의 값이 $a + b\sqrt{2}$ 였다. $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 2$

해설

$p = -\sqrt{2}, q = 1 + \sqrt{2}, r = 2 - \sqrt{2}$ 이므로
 $p + q + r = 3 - \sqrt{2}$ 이다.
 따라서 $a = 3, b = -1$ 이므로 $a + b = 2$ 이다.

29. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$

해설

① $4 > \sqrt{15} + 1$ 에서 $4 - \sqrt{15} - 1 = 3 - \sqrt{15} < 0$

$\therefore 4 < \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$ 에서 $3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{8} = 3 - \sqrt{8} > 0$

$\therefore 3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$ 에서 $\sqrt{2} + 1 - 3 = \sqrt{2} - 2 < 0$

$\therefore \sqrt{2} + 1 < 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$ 에서 $3 - \sqrt{2} - 4 + \sqrt{2} = -1 < 0$

$\therefore 3 - \sqrt{2} < 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$ 에서 $\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{6}{7}} = \frac{\sqrt{20}}{5} - \frac{\sqrt{42}}{7} = \frac{7\sqrt{20}}{35} -$

$\frac{5\sqrt{42}}{35} = \frac{\sqrt{980} - \sqrt{1050}}{35} < 0$

$\therefore \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{6}{7}}$

30. $A = 3\sqrt{2} - 1$, $B = 2\sqrt{3} - 1$, $C = 3$ 일 때, A , B , C 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $B < C < A$

해설

$$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1, B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1, C = 3 = \sqrt{9}$$

$$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

$$\therefore A > C$$

$$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore C > B$$

$$\therefore A > C > B$$

31. $\sqrt{0.002} = A\sqrt{5}$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = \frac{1}{50}$

해설

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{2\sqrt{5}}{100} = \frac{\sqrt{5}}{50}$$

$$\therefore A = \frac{1}{50}$$

32. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

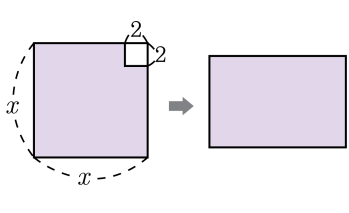
- ㉠ $4\sqrt{3}-1 > 3+\sqrt{75}$
- ㉡ $4-\sqrt{12} < 1+\sqrt{3}$
- ㉢ $-2+3\sqrt{3} < 2+\sqrt{12}$
- ㉤ $-3\sqrt{7}+\sqrt{2} > -\sqrt{7}-\sqrt{2}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $4\sqrt{3}-1 > 3+\sqrt{75}$
 $4\sqrt{3}-1-3-5\sqrt{3} = -\sqrt{3}-4 < 0$
 $\therefore 4\sqrt{3}-1 < 3+\sqrt{75}$
㉤ $-3\sqrt{7}+\sqrt{2} > -\sqrt{7}-\sqrt{2}$
 $-3\sqrt{7}+\sqrt{2}+\sqrt{7}+\sqrt{2} = -2\sqrt{7}+2\sqrt{2} < 0$
 $\therefore -3\sqrt{7}+\sqrt{2} < -\sqrt{7}-\sqrt{2}$

33. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이에서 한 변의 길이가 2인 정사각형을 넓이를 뺀다. 이때, 이 넓이를 직사각형으로 나타냈을 때, 직사각형의 가로와 세로의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 2$

▷ 정답 : $x - 2$

해설

두 넓이를 빼면 $x^2 - 4$ 이므로 $(x + 2)(x - 2)$

34. 정수 a 에 대해서 $a^2 + 6a - 27$ 의 절댓값이 소수이다. a 가 될 수 있는 정수를 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$a^2 + 6a - 27 = (a + 9)(a - 3)$ 의 절댓값이 소수이므로 a 가 될 수 있는 수는 $4, 2, -8, -10$ 이다.
따라서 합은 -12 이다.

35. 이차식 $x^2 + ax + b$ 를 인수분해 하는데 갑은 x 항의 계수를 잘못 보고 $(x + 4)(x - 7)$ 으로 인수분해 하였고 을은 상수항을 잘못 보고 $(x - 2)(x - 10)$ 으로 인수분해 하였다. 이 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

갑이 푼 이차식은 $(x + 4)(x - 7)$ 이므로 $x^2 - 3x - 28$ 이고,
 x 항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 -28 이다.
을이 푼 이차식은 $(x - 2)(x - 10)$ 이므로 $x^2 - 12x + 20$ 이고,
상수항을 잘못 보았으므로 x 항의 계수는 -12 이다.
 $\therefore a = -12, b = -28$
 $\therefore a - b = -12 - (-28) = 16$

36. $-3a^2 + 12b^2 = k(ma + nb)(ma - nb)$ 일 때, 세 정수 k, m, n 의 곱 kmn 의 값은?(단, $n > 0$)

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} -3a^2 + 12b^2 &= -3(a^2 - 4b^2) \\ &= -3(a + 2b)(a - 2b) \end{aligned}$$

$$k = -3, m = 1, n = 2$$

$$\therefore kmn = -3 \times 1 \times 2 = -6$$

37. $ab - 2a - 2b + 4$ 를 인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $(a + 2)(b - 2)$ ② $(a - 2)(b + 2)$ ③ $(a + 2)(b + 2)$

④ $(a - 2)(b - 2)$ ⑤ $(a + 1)(b - 2)$

해설

(준식) $= a(b - 2) - 2(b - 2) = (a - 2)(b - 2)$

38. $4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y$ 를 인수분해하였더니 $(2x - y)(Ax - By + C)$ 가 되었다. $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B + C = 5$

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y &= (2x - y)^2 + 2(2x - y) \\ &= (2x - y)(2x - y + 2) \end{aligned}$$

$$\therefore A = 2, B = 1, C = 2$$

$$\therefore A + B + C = 5$$

39. 다음 중 $x^8 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^4 - 1$

④ $x^6 - 1$

⑤ $x^8 - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^8 - 1 &= (x^4 - 1)(x^4 + 1) \\&= (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \\&= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)\end{aligned}$$

40. $a^2 + 2ab + b^2 - a - b$ 를 인수분해하면?

① $(a + b)(a + b + 1)$

② $(a - b)(a + b - 1)$

③ $(a - b)(a - b - 2)$

④ $(a + b)(a + b - 1)$

⑤ $(a + b)(a + b - 2)$

해설

$$(a + b)^2 - (a + b) = (a + b)(a + b - 1)$$

41. $a = \sqrt{3} - 4$, $b = 2 + \sqrt{3}$, $c = 3 - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 - ab + ac - bc$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(준식)

$$= a(a - b) + c(a - b)$$

$$= (a - b)(a + c)$$

$$= (\sqrt{3} - 4 - 2 - \sqrt{3})(\sqrt{3} - 4 + 3 - \sqrt{3})$$

$$= (-6) \times (-1)$$

$$= 6$$

42. $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 = 0$ 은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 는 세 변의 길이이다.)

① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^2(a-b) + a(b^2+c^2) - b(b^2+c^2) \\ &= a^2(a-b) + (a-b)(b^2+c^2) \\ &= (a-b)(a^2+b^2+c^2) = 0 \\ \therefore a-b &= 0, a=b \text{ 인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

43. 25 의 음의 제곱근과 어떤 수의 양의 제곱근을 더하였더니 -1 이 되었다. 어떤 수는?

① 4

② 9

③ 16

④ 36

⑤ 49

해설

25 의 음의 제곱근 : -5

$-5 + \square = -1$, $\square = 4$

4 는 16 의 양의 제곱근

44. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은?

① $-3a$

② $-2a$

③ a

④ $\sqrt{2a}$

⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$$

45. $\sqrt{120-x} - \sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x = 20$ 이어야 한다.

46. 한 변의 길이가 a 이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 인 정삼각형과 그 둘레의 길이가 같은 정사각형이 있다면, 이 정사각형의 넓이는 정삼각형 넓이의 몇 배인가?

- ① 1 배 ② 2 배 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배
④ $3\sqrt{3}$ 배 ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배

해설

정삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$,

정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{3}{4}a$ 이므로 정사각형의 넓이는 $\frac{9}{16}a^2$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \square = \frac{9}{16}a^2$$

$$\therefore \square = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ (배)}$$

47. 수직선 위의 두 점 $A(\sqrt{48})$, $B(\sqrt{192})$ 사이의 점 $M(\sqrt{x})$ 에 대하여 $\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 3$ 이라 할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 75$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AM} &= \sqrt{x} - \sqrt{48} = \sqrt{x} - 4\sqrt{3} \\ \overline{MB} &= \sqrt{192} - \sqrt{x} = 8\sqrt{3} - \sqrt{x} \\ \overline{AM} : \overline{MB} &= 1 : 3 \text{ 이므로} \\ (\sqrt{x} - 4\sqrt{3}) : (8\sqrt{3} - \sqrt{x}) &= 1 : 3 \\ 8\sqrt{3} - \sqrt{x} &= 3\sqrt{x} - 12\sqrt{3} \\ 20\sqrt{3} &= 4\sqrt{x} \\ \text{양변을 제곱하면} \\ 1200 &= 16x \\ \therefore x &= 75\end{aligned}$$

48. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a] + a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $\frac{1}{1 + \sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로

$$\frac{a}{[a] + a} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1.\cdots}{2.\cdots} = 0.\cdots$$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ 이다.

49. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$2^{160} - 1$
 $= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$
 $2^{160} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는
 $2^5 + 1 = 33$ 과 $2^5 - 1 = 31$ 이다.
 $\therefore 33 + 31 = 64$

50. $x^3 + y^3 = 3(x^2 - xy + y^2)$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.
(단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3(x^2 - xy + y^2) \text{ 이므로}$$

$$\therefore x + y = 3$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } x + y = 3 \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$6 = 3^2 - 2xy$$

$$\therefore xy = \frac{3}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } xy = \frac{3}{2} \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$6 = (x - y)^2 + 3$$

$$\therefore x - y = \sqrt{3} \text{ (} \because x > y \text{)}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\ &= 6 \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$