

1. 다음 식을 간단히 하면?

$$\left(-\frac{2}{3}a^2b + \frac{3}{4}ab - \frac{1}{2}ab^2\right) \div \left(-\frac{3}{2}ab\right)$$

- ① $\frac{1}{9}a - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}b$ ② $\frac{2}{9}a - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}b$ ③ $\frac{4}{9}a - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}b$
④ $\frac{1}{3}a - \frac{1}{2} + \frac{1}{9}b$ ⑤ $\frac{1}{9}a - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}b$

해설

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{2}{3}a^2b + \frac{3}{4}ab - \frac{1}{2}ab^2\right) \div \left(-\frac{3}{2}ab\right) \\ &= \left(-\frac{2}{3}a^2b + \frac{3}{4}ab - \frac{1}{2}ab^2\right) \times \left(-\frac{2}{3ab}\right) \\ &= \frac{4}{9}a - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}b \end{aligned}$$

2. 순환소수 $0.4\dot{2}01$ 의 소수점 아래 31번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$0.4\dot{2}01$ 이므로 순환마디의 숫자 3개
 $31 - 1 = 3 \times 10$ 이므로 소수점 아래 31번째 자리의 숫자는 1이다.

3. $2^3 \times 32 = 2^a$ 일 때, 안에 알맞은 수는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$32 = 2^5$ 이므로 $2^3 \times 2^5 = 2^8$

4. 시경이는 집에서 6km 떨어진 도서관에 가는데 처음에는 시속 6km/h로 자전거를 타고 가다가 도중에 자전거가 고장나서 시속 2km/h로 자전거를 끌고 가서 총 2시간 30분이 걸렸다고 한다. 자전거를 타고 간 거리를 x km, 자전거를 끌고 간 거리를 y km 라 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은?

$$\textcircled{1} \begin{cases} x+y=6 \\ \frac{x}{6}+\frac{y}{2}=2.3 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x+y=6 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{6}=2.6 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x+y=6 \\ 2x+6y=2.5 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x+y=6 \\ \frac{x}{6}+\frac{y}{2}=2.5 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x+y=6 \\ 6x+2y=2.5 \end{cases}$$

해설

(시간) = $\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 이며, 2시간30분 = 2.5시간이므로

(자전거를 타고 간 거리)+(걸어 간 거리) = 6

(자전거를 타고 간 시간)+(걸어 간 시간) = 2.5 이므로

$x+y=6$

$\frac{x}{6}+\frac{y}{2}=2.5$ 이다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} ax+y &= 5 \\ 3x+2by &= 3 \end{cases}$ 의 해가 $(2, 3)$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = -\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

해설

각 방정식에 $x = 2, y = 3$ 을 대입하면 $\begin{cases} 2a + 3 = 5 \\ 6 + 6b = 3 \end{cases}$ 이다.

따라서 $a = 1, b = -\frac{1}{2}$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

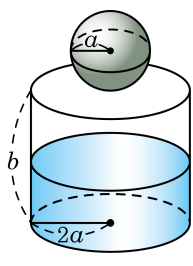
① $\frac{1}{3}a$

② $\frac{2}{3}a$

③ a

④ $\frac{4}{3}a$

⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는
 $h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

7. 구슬을 보관함 1 상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 틀린 것을 모두 고르면?
- ① 4 상자 ② 5 상자 ③ 6 상자
- ④ 7 상자 ⑤ 8 상자

해설

보관함 x 상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x + 5)$ 개 이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x - 1$ 개 까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x - 1) + 2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면
$$\begin{cases} 5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \\ 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4 \end{cases}$$
 이다. 간단히 정리하면
$$\begin{cases} x \leq 8 \\ x \geq 6 \end{cases}$$
 이므로 연립부등식의 해는 $6 \leq x \leq 8$ 이다. 따라서 보관함은 6 상자 또는 7 상자 또는 8 상자가 있다.

8. 두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = bx + a$ 의 교점의 y 좌표가 10 이고 이 직선과 $x = 0$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 2 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $b > a > 0$)

① 12

② 17

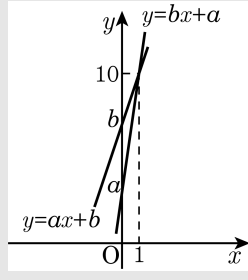
③ 21

④ 24

⑤ 32

해설

두 직선이 $(1, a + b)$ 를 지나므로 $a + b = 10 \cdots \text{㉠}$



삼각형의 넓이가 2 이므로 $\frac{1}{2} \times (b - a) \times 1 = 2, b - a = 4 \cdots \text{㉡}$

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $a = 3, b = 7$

$\therefore ab = 21$

9. 두 수 a, b 에 대하여 $a \star b = a - b + 1$ 로 정의할 때, $(2mx-1) \star (x+2) > 2 \star a$ 를 만족하는 x 의 값이 하나도 없다. 이때, y 에 대한 부등식 $-ay + 4 \leq y - 2a$ 를 만족하는 정수 y 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

정의에 의해 주어진 식을 풀면

$$(2mx-1) - (x+2) + 1 > 2 - a + 1$$

$$(2m-1)x > 5 - a$$

위 부등식의 해가 하나도 없으려면

$$2m-1 = 0, 5-a \geq 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}, a \leq 5 \cdots \textcircled{1}$$

$-ay + 4 \leq y - 2a$, $(a+1)y \geq 4 + 2a$ 를 만족하는 정수 y 가

최솟값을 갖기 위해서

$$a+1 > 0, a > -1 \cdots \textcircled{2}$$

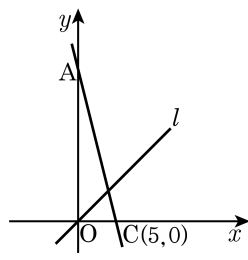
양변을 $a+1$ 로 나누면

$$y \geq \frac{4+2a}{a+1} = \frac{2(a+1)+2}{a+1} = 2 + \frac{2}{a+1} \text{에서}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의해서 } -1 < a \leq 5 \text{ 일 때 } 2 + \frac{2}{a+1} \geq \frac{7}{3} \text{ 이므로}$$

$$y \geq \frac{7}{3} \text{ 따라서 정수 } y \text{의 최솟값은 } 3$$

10. 다음은 원점을 지나며 (2, 2) 를 지나는 직선 l 의 그래프가 직선 AC 와 점 B 에서 만나는 그림이다. 이 때, $\triangle BOC$ 의 넓이가 10 이고 점 C(5, 0) 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

원점을 지나며 (2, 2) 를 지나므로 직선 l 의 방정식은 $y = x$ 이고, 점 B 가 직선 l 위의 점이므로 $B(a, a)$ 라 하면

$\triangle BOC$ 의 넓이가 10 이므로

$$\frac{1}{2} \times 5 \times a = 10 \therefore a = 4$$

또, 직선 BC 는 B(4, 4), C(5, 0) 을 지나므로

직선의 방정식은

$$y - 4 = \frac{0 - 4}{5 - 4}(x - 4), y = -4x + 20$$

따라서 점 A 의 좌표는 (0, 20) 이므로

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 20 \times 4 = 40 \text{ 이다.}$$