1. 다음 식을 간단히 하면?

$$\left(-\frac{2}{3}a^2b+\frac{3}{4}ab-\frac{1}{2}ab^2\right)\div\left(-\frac{3}{2}ab\right)$$

① $\frac{1}{9}a-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}b$ ② $\frac{2}{9}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}b$ ③ $\frac{4}{9}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}b$

④ $\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{9}b$ ⑤ $\frac{1}{9}a-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}b$

해설

$$\left(-\frac{2}{3}a^2b+\frac{3}{4}ab-\frac{1}{2}ab^2\right)\div\left(-\frac{3}{2}ab\right)$$

$$=\left(-\frac{2}{3}a^2b+\frac{3}{4}ab-\frac{1}{2}ab^2\right)\times\left(-\frac{2}{3ab}\right)$$

$$=\frac{4}{9}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}b$$

2. 순환소수 $0.4\dot{2}0\dot{1}$ 의 소수점 아래 31 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 1

해설

$0.4\dot{2}0\dot{1}$ 이므로 순환마디의 숫자 3 개
$31 - 1 = 3 \times 10$ 이므로 소수점 아래 31 번째 자리의 숫자는 1 이다.

3. $2^3 \times 32 = 2^\square$ 일 때, $\boxed{}$ 안에 알맞은 수는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$32 = 2^5$ 이므로 $2^3 \times 2^5 = 2^8$

4. 시경이는 집에서 6 km 떨어진 도서관에 가는데 처음에는 시속 6 km/h 로 자전거를 타고 가다가 도중에 자전거가 고장나서 시속 2 km/h 로 자전거를 끌고 가서 총 2 시간 30 분이 걸렸다고 한다. 자전거를 타고 간 거리를 x km , 자전거를 끌고 간 거리를 y km 라 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은?

① $\begin{cases} x+y=6 \\ \dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{2}=2.3 \end{cases}$

② $\begin{cases} x+y=6 \\ \dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{2}=2.5 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x+y=6 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{6}=2.6 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x+y=6 \\ 6x+2y=2.5 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+6y=2.5 \end{cases}$

해설

(시간) $=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 이며, 2 시간30 분$=2.5$ 시간이므로

(자전거를 타고 간 거리)+(걸어 간 거리)$=6$

(자전거를 타고 간 시간)+(걸어 간 시간)$=2.5$ 이므로

$x+y=6$

$\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{2}=2.5$ 이다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} ax+y &= 5 \\ 3x+2by &= 3 \end{cases}$ 의 해가 $(2,\ 3)$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=1$

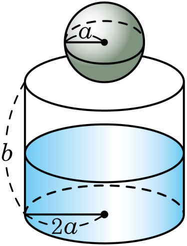
▷ 정답 : $b=\ -\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

해설

각 방정식에 $x=2,\ y=3$ 을 대입하면 $\begin{cases} 2a+3=5 \\ 6+6b=3 \end{cases}$ 이다.

따라서 $a=1,\ b=-\frac{1}{2}$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?



① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a

④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$

해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h=\dfrac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2\cdot h$이다.

$(\text{쇠공의 부피})=\frac{4}{3}\pi a^3$이므로

$$h=\dfrac{\dfrac{4a^3\pi}{3}}{\dfrac{4a^2\pi}{1}}=\dfrac{4a^3\pi}{12a^2\pi}=\dfrac{1}{3}a$$ 만큼 높아진다.

7. 구슬을 보관함 1상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?

① 4 상자　　② 5 상자　　③ 6 상자

④ 7 상자　　⑤ 8 상자

해설

보관함 x상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x+5)$ 개 이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x-1$ 개 까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x-1)+2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x-1)+4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x-1)+2 \le 4x+5 \le 5(x-1)+4$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases} 5(x-1)+2 \le 4x+5 \\ 4x+5 \le 5(x-1)+4 \end{cases}$ 이다.

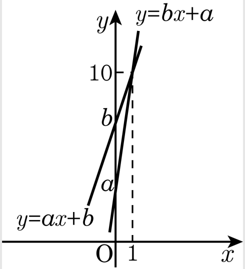
간단히 정리하면 $\begin{cases} x \le 8 \\ x \ge 6 \end{cases}$ 이므로 연립부등식의 해는 $6 \le x \le 8$ 이다. 따라서 보관함은 6상자 또는 7상자 또는 8상자가 있다.

8. 두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = bx + a$ 의 교점의 y 좌표가 10 이고 이 직선과 $x = 0$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 2 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $b > a > 0$)

① 12 ② 17 ③ 21 ④ 24 ⑤ 32

해설

두 직선이 $(1,\ a+b)$ 를 지나므로 $a + b = 10 \ \cdots$ ㉠



삼각형의 넓이가 2 이므로 $\dfrac{1}{2} \times (b-a) \times 1 = 2,\ b - a = 4 \ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $a = 3,\ b = 7$

$\therefore\ ab = 21$

9. 두 수 a, b 에 대하여 $a★b = a-b+1$ 로 정의할 때, $(2mx-1)★(x+2) > 2★a$ 를 만족하는 x 의 값이 하나도 없다. 이때, y 에 대한 부등식 $-ay+4 \leq y-2a$ 를 만족하는 정수 y 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

정의에 의해 주어진 식을 풀면

$(2mx-1)-(x+2)+1 > 2-a+1$

$(2m-1)x > 5-a$

위 부등식의 해가 하나도 없으려면

$2m-1=0, 5-a \geq 0$

$\therefore m = \dfrac{1}{2}$, $a \leq 5 \cdots$ ㉠

$-ay+4 \leq y-2a$, $(a+1)y \geq 4+2a$ 를 만족하는 정수 y 가 최솟값을 갖기 위해서

$a+1 > 0, a > -1 \cdots$ ㉡

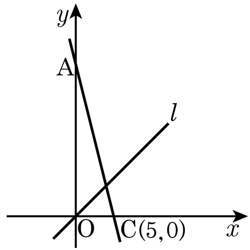
양변을 $a+1$ 로 나누면

$y \geq \dfrac{4+2a}{a+1} = \dfrac{2(a+1)+2}{a+1} = 2+\dfrac{2}{a+1}$ 에서

㉠, ㉡에 의해서 $-1 < a \leq 5$ 일 때 $2+\dfrac{2}{a+1} \geq \dfrac{7}{3}$ 이므로

$y \geq \dfrac{7}{3}$ 따라서 정수 y 의 최솟값은 3

10. 다음은 원점을 지나며 $(2,\ 2)$ 를 지나는 직선 l 의 그래프가 직선 AC 와 점 B 에서 만나는 그림이다. 이 때, $\triangle$BOC 의 넓이가 10 이고 점 $C(5,\ 0)$ 일 때, $\triangle$AOB 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

원점을 지나며 $(2,\ 2)$ 를 지나므로 직선 l 의 방정식은 $y=x$ 이고,
점 B 가 직선 l 위의 점이므로 $B(a, a)$ 라 하면
$\triangle$BOC 의 넓이가 10 이므로
$\frac{1}{2}\times 5\times a=10 \therefore a=4$
또, 직선 BC 는 $B(4,4), C(5,0)$ 을 지나므로
직선의 방정식은
$y-4=\frac{0-4}{5-4}(x-4),\ y=-4x+20$
따라서 점 A 의 좌표는 $(0,20)$ 이므로
$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times 20\times 4=40$ 이다.