1. 다음 연립부등식 중 해가 존재하는 경우를 모두 골라라.

㉠ $\begin{cases} x>1 \\ x<2 \end{cases}$	㉡ $\begin{cases} x>5 \\ x\le 3 \end{cases}$	㉢ $\begin{cases} x>2 \\ x\le 2 \end{cases}$
㉣ $\begin{cases} x<1 \\ x\ge 3 \end{cases}$	㉤ $\begin{cases} x\le 6 \\ x\ge 6 \end{cases}$	

▶ 답:

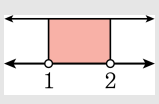
▶ 답:

▷ 정답: ㉠

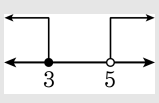
▷ 정답: ㉤

해설

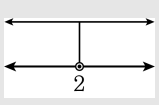
㉠ $\begin{cases} x>1 \\ x<2 \end{cases}$



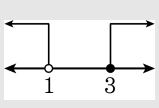
㉡ $\begin{cases} x>5 \\ x\le 3 \end{cases}$



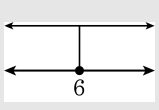
㉢ $\begin{cases} x>2 \\ x\le 2 \end{cases}$



㉣ $\begin{cases} x<1 \\ x\ge 3 \end{cases}$



㉤ $\begin{cases} x\le 6 \\ x\ge 6 \end{cases}$

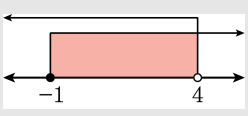


2. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5>4x-3 \\ 3-x \le 2x+6 \end{cases}$ 의 해 중에서 정수의 개수는?

① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

정리하면 $x<4$, $-1 \le x$



$x=-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$이므로 5개이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+2 \le 8 \\ -2x+3 < 7 \end{cases}$ 을 만족시키는 자연수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$\begin{cases} 3x+2 \le 8 \\ -2x+3 < 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x > -2 \end{cases}$

$\therefore -2 < x \le 2$

따라서 자연수인 x는 1, 2의 2개이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} 8x-5 \le 10 \\ 2(1+3x) < 3x+8 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$8x-5 \le 10,\ x \le \dfrac{15}{8}$

$2(1+3x) < 3x+8$

$2+6x < 3x+8,\ x < 2$

따라서, 해는 $x \le \dfrac{15}{8}$ 이며, 이를 만족하는 자연수는 1 밖에 없다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5<3x+2 \\ \dfrac{x-5}{4}<-\dfrac{x+1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(i) $2x+5<3x+2,\ x>3$

(ii) $\dfrac{x-5}{4}<-\dfrac{x+1}{2},\ x<1$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+4<a \\ x+7>5 \end{cases}$ 의 해가 $-2<x<6$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$\begin{cases} 2x+4<a \\ x+7>5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<\dfrac{a-4}{2} \\ x>-2 \end{cases}$

$-2<x<\dfrac{a-4}{2}$

$\dfrac{a-4}{2}=6,\ a-4=12$

$\therefore\ a=16$

7. 연립부등식

$$\begin{cases} x-4>3x-8 \\ 2x-a>x+5 \end{cases}$$ 가 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a<-2$ ② $a>-2$ ③ $a\le -3$

④ $a<-3$ ⑤ $a>-3$

해설

$x-4>3x-8$, $2>x$

$2x-a>x+5$, $x>a+5$

해가 존재하기 위해서 $a+5<2$

$\therefore a<-3$

8. $3x+2 \geq -13$, $x-1 \geq 2x$ 에 대하여 연립부등식의 해를 구하여라.

① $\varnothing$ ② $1 \leq x \leq 5$ ③ $-5 \leq x \leq 1$

④ $-1 \leq x \leq 5$ ⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

$A : 3x+2 \geq -13$

$\therefore \ x \geq -5$

$B : x \leq -1$

$\therefore -5 \leq x \leq -1$

9. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} 2(2x-3) > x+3 \\ 5x-9 < 2(3x+7) \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 3$

해설

i) $2(2x-3) > x+3$

$\Rightarrow \ 4x-6 > x+3$

$\Rightarrow \ x > 3$

ii) $5x-9 < 2(3x+7)$

$\Rightarrow \ -x < 23$

$\Rightarrow \ x > -23$

$\therefore \ x > 3$

10. 연립부등식 $3(2x-1) \le 2(x+6),\ 2(x+6) \le 5(x+1)$ 에 대하여 해를 구하면?

① $\frac{7}{3} < x < \frac{15}{4}$ ② $\frac{7}{3} \le x < \frac{15}{4}$ ③ $2 \le x < 5$
④ $\frac{7}{3} \le x \le \frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{7}{3} < x < 5$

해설

$3(2x-1) \le 2(x+6) \Rightarrow\ 6x-3 \le 2x+12$

$\Rightarrow\ 4x \le 15 \Rightarrow\ x \le \frac{15}{4}$

$2(x+6) \le 5(x+1) \Rightarrow\ 2x+12 \le 5x+5$

$\Rightarrow\ x \ge \frac{7}{3}$

$\therefore \frac{7}{3} \le x \le \frac{15}{4}$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 1.2x-2 \le 0.8x+3.2 \\ 3-\dfrac{x-2}{4} < \dfrac{2x-3}{2} \end{cases}$ 의 해가 $a < x \le b$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① $-\dfrac{54}{5}$ ② $-\dfrac{49}{5}$ ③ $-\dfrac{9}{2}$ ④ $-\dfrac{5}{2}$ ⑤ -9

해설

i) $1.2x-2 \le 0.8x+3.2$ 의 양변에 10 을 곱하면

$12x-20 \le 8x+32$

$4x \le 52$

$x \le 13$

ii) $3-\dfrac{x-2}{4} < \dfrac{2x-3}{2}$ 의 양변에 4 를 곱하면

$12-(x-2) < 2(2x-3)$

$12-x+2 < 4x-6$

$20 < 5x$

$4 < x$

$\therefore\ 4 < x \le 13$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 0.9+0.1x \le -0.3 \\ \dfrac{x-1}{4} < 1 \end{cases}$ 을 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

$0.9+0.1x \le -0.3$

$9+x \le -3$

$x \le -12 \cdots$ ㉠

$\dfrac{x-1}{4} < 1$

$x-1 < 4$

$x < 5 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분은 $x \le -12$

따라서 가장 큰 정수 -12 이다.

13. 연립부등식 $3x-2 \le 5x+8 \le 4x+a$ 의 해가 $b \le x \le 9$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -6　② -4　③ 12　④ 14　⑤ 22

해설

$3x-2 \le 5x+8,\ 3x-5x \le 8+2,\ -2x \le 10$

$\therefore x \ge -5 \cdots$㉠

$5x+8 \le 4x+a$

$5x-4x \le a-8$

$\therefore x \le a-8 \cdots$㉡

그런데 해가 $b \le x \le 9$ 이므로 ㉠, ㉡ 에서

$-5 \le x \le a-8$

$\therefore b=-5$

$a-8=9 \quad \therefore a=17$

$\therefore a+b=17+(-5)=12$

14. 연립부등식 $1 < -\frac{x-a}{3} < 2$ 의 해가 $1 < x < b$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

① 1 ② 3 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

$1 < -\frac{x-a}{3} < 2$

$\begin{cases} 1 < -\frac{x-a}{3} \\ -\frac{x-a}{3} < 2 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x < a-3 \\ a-6 < x \end{cases}$

$a-6=1 \therefore a=7$

$a-3=b \therefore b=4$

$\therefore a-b=7-4=3$

15. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{5}{2}x-3<2 \\ 7x+k<8x+1 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수가 3 개일 때, 정수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$\begin{cases} \frac{5}{2}x-3<2 \\ 7x+k<8x+1 \end{cases}$ 에서

$\begin{cases} x<2 \\ x>k-1 \end{cases}$

두 식을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수가 3 개이려면 다음 그림과 같이 $-2 \le k-1 < -1$ 이어야 한다.

즉, $-1 \le k < 0$ 이므로 정수 k 의 값은 -1 이다.

16. 부등식 $\frac{x-a}{2} < 0.9x - 1.3 < 2.3$ 을 만족하는 정수가 4 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

① 3 ② 2 ③ 1 ④ −1 ⑤ −2

해설

$0.9x - 1.3 < 2.3,\ x < 4$

만족하는 정수는 3, 2, 1, 0 이다.

$\frac{x-a}{2} < 0.9x - 1.3,\ x > \frac{13-5a}{4}$

x 는 −1 보다 크거나 같고 0 보다 작아야 하므로 $\frac{13-5a}{4}$ 는 −1 이상 0 미만이다.

$-1 \le \frac{13-5a}{4} < 0$

$-4 \le 13 - 5a < 0$

$13 < 5a \le 17$

$\therefore\ a = 3$

17. $\frac{5}{3}x-1 < x+\frac{1}{3}$, $0.3(x-2) \geq 0.2x-0.1$을 모두 만족하는 x의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 없다.

해설

$\frac{5}{3}x-1 < x+\frac{1}{3}$, $5x-3 < 3x+1$ $\therefore\ x < 2$

$0.3(x-2) \geq 0.2x-0.1$,

$3(x-2) \geq 2x-1$ $\therefore\ x \geq 5$

$\therefore$ 만족하는 x는 없다.

18. 연립부등식 $\begin{cases} -x+3 > x-5 \\ 2x-1 \geq a \end{cases}$ 의 해가 $-3 \leq x < 4$ 일 때, a 의 값은?

① -8 ② -7 ③ -5 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-x+3 > x-5$

$\therefore\ x < 4$

$2x-1 \geq a$

$x \geq \dfrac{a+1}{2}$

$\dfrac{a+1}{2} = -3,\ a+1 = -6$

$\therefore\ a = -7$

19. 부등식 $\begin{cases} x-11 \geq 2x-4 \\ a-x<1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

① -3 ② -4 ③ -5 ④ -6 ⑤ -7

해설

$\begin{cases} x-11 \geq 2x-4 \\ a-x<1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -7 \\ x > a-1 \end{cases}$

의 해가 없으므로 $a-1 \geq -7$

$\therefore\ a \geq -6$

따라서 a 의 가장 작은 수는 -6 이다.

20. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \dfrac{5x+2}{3} - \dfrac{3}{2}x < 2 \\ \dfrac{3x-1}{4} - \dfrac{x}{2} > -1 \end{cases}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

$10x + 4 - 9x < 12 \quad \therefore \ x < 8$

$3x - 1 - 2x > -4 \quad \therefore \ x > -3$

$\therefore -3 < x < 8$

이므로 이를 만족하는 정수의 개수는 10개이다.

21. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x}{2}-\frac{a}{4} \geq \frac{x}{4}-\frac{1}{8} \\ 3x-1 \geq 5x-7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x가 3개일 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $-\frac{1}{2} < a \leq \frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2} \leq a < \frac{1}{2}$ ③ $0 \leq a < 1$
④ $\frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} \leq a < \frac{3}{2}$

해설

$\frac{x}{2}-\frac{a}{4} \geq \frac{x}{4}-\frac{1}{8}$ 에서 $x \geq a-\frac{1}{2}$

$3x-1 \geq 5x-7$ 에서 $x \leq 3$

$\therefore\ a-\frac{1}{2} \leq x \leq 3$

연립부등식을 만족하는 정수 x가 3개이려면

$0 < a-\frac{1}{2} \leq 1$

$\therefore\ \frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$

22. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉡ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

㉢ $a > b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉣ $a < b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉤ $a = b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 1개이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 옳다.

㉣ $a < b$의 양변에 -1 을 곱하면 $-a > -b$

$-a > -b$의 양변에 같은 수 1 을 더하면 $1 - a > 1 - b$

$\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases}$ 을 정리하면 $\begin{cases} x < -a + 1 \\ x > -b + 1 \end{cases}$

그런데 위에서 $1 - b < 1 - a$ 가 성립되었기 때문에 $-b + 1 < x < -a + 1$ 이 성립한다.

따라서 해가 있다.

23. $A = 3x+m$, $B = 4x+3n$, $C = x-2n$ 에 대하여 연립부등식 $A < B \le C$ 를 $A < B$, $A \le C$ 로 잘못 풀었더니, 해가 $1 < x \le 2$ 가 되었다. 이 부등식을 올바르게 풀었을 때의 $A < B \le C$ 를 만족하는 해의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{3}$

해설

$$\begin{cases} 3x+m < 4x+3n & \cdots ㉠ \\ 3x+m \le x-2n & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $x > m-3n$

㉡에서 $x \le \dfrac{-m-2n}{2}$

이 연립부등식의 해가 $1 < x \le 2$ 이므로

$m-3n = 1$, $\dfrac{-m-2n}{2} = 2$

$\therefore\ m = -2,\ n = -1$

즉, 연립부등식 $3x-2 < 4x-3 \le x+2$ 를 풀면

$$\begin{cases} 3x-2 < 4x-3 & \Rightarrow\ x > 1 \\ 4x-3 \le x+2 & \Rightarrow\ x \le \dfrac{5}{3} \end{cases}$$

따라서 $1 < x \le \frac{5}{3}$ 를 만족하는 해의 최댓값은 $\frac{5}{3}$ 이다.

24. 연립부등식 $5x-8<3x+8$, $x-5>-2a$ 를 만족하는 x 중 자연수들의 합이 22 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$5x-8<3x+8$ 을 풀면 $x<8$

$x-5>-2a$ 를 풀면 $x>-2a+5$

$\therefore\ -2a+5<x<8$

이 부등식을 만족하는 자연수 x 의 합이 22 이므로

$x=4,\ 5,\ 6,\ 7$

따라서 $3\le -2a+5<4$ 이어야 하므로

$\frac{1}{2}<a\le 1$

그런데 a 가 자연수이므로 $a=1$ 이다.

25. 부등식 $k-1>\left|\frac{1}{2}x-1\right|$ 의 해가 존재하기 위한 상수 k 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k>1$

해설

$k-1>\left|\frac{1}{2}x-1\right|$ 에서

$-k+1<\frac{1}{2}x-1<k-1$

$-k+2<\frac{1}{2}x<k$

$-2k+4<x<2k$

이 때, 부등식의 해가 존재하기 위해서는

$-2k+4<2k$

$\therefore\ k>1$