1. 어떤 자연수로 100 을 나누면 4 가 남고, 70 을 나누면 6 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 16 ② 18 ③ 24 ④ 32 ⑤ 48

해설

96 과 64 의 최대공약수이므로 32

2. 어떤 자연수로 93 을 나누면 3 이 남고, 49 를 나누면 4 가 남고, 76 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

구하는 가장 큰 자연수는 90, 45, 75 의 최대공약수,

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$, $45 = 3^2 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore\ 3 \times 5 = 15$

3. 원가에 2 할의 이익을 붙여 정가로 정한 제품이 잘 팔리지 않아 100 원 할인하여 팔았더니 원가의 10% 의 이익을 얻었다. 이때, 이 제품의 정가는?

① 1200 원 ② 3600 원 ③ 4800 원

④ 1000 원 ⑤ 2000 원

해설

이 물건의 원가를 x 원이라고 하면 정가는 $1.2x$ 이고
판매가는 $(1.2x - 100)$ 원이다.
(이익) = (판매가) – (원가) 이므로

$(1.2x - 100) - x = 0.1x$

$0.2x - 100 = 0.1x$

$0.1x = 100$

$\therefore\ x = 1000$, 원가가 1000 원이므로 정가는 1.2 를 곱한 1200 원이다.

4. x의 값이 $-2,\ 0,\ 2$ 이고, y의 값이 $|y| < 6$인 수일 때, 일 때, 다음 중 함수가 아닌 것은?

① $y = x + 3$ ② $y = -\frac{1}{3}x$ ③ $y = -3x$

④ $y = -\frac{1}{2}x$ ⑤ $y = -2x$

해설

x의 값이 $-2,\ 0,\ 2$이고, y의 값이 $|y| < 6$인 수이다.

③ $y = -3x$ 일 때

$f(-2) = 6$

$f(0) = 0$

$f(2) = -6$

$x = -2$ 일 때 $y = 6$, $x = 2$ 일 때 $y = -6$

모든 x의 값에 대응하는 함숫값이 y의 값에 포함되지 않으므로 함수가 아니다.

5. 좌표평면 위의 네 점 $A(-2,\ 2)$, $B(-2,\ -2)$, $C(x, y)$, $D(2, 2)$ 가 정사각형의 꼭짓점이 될 때, x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

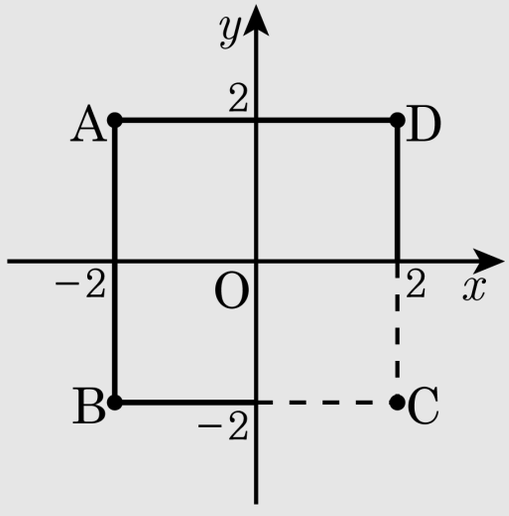
▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = -2$

해설

점 A, B, D 를 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



이때, 사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한
점 C 의 좌표는 $C(2,\ -2)$ 이다.

$\therefore\ x = 2,\ y = -2$

6. 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 소수의 약수는 1 과 자기 자신 2 개이다.

② 가장 작은 소수는 2 이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 두 소수의 곱은 소수이다.

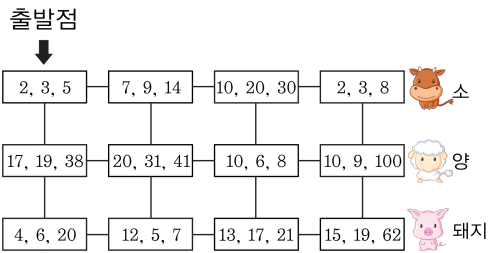
⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

해설

㉢ 모든 소수는 홀수이다 → 소수 중 2 는 짝수이다.

㉣ 두 소수의 곱은 소수이다 → 두 소수의 곱은 $2\times3=6$, $3\times5=15$ 등으로 합성수이다.

7. 모범이는 출발점에서 시작하여 만나는 네모 칸에 들어 있는 세 수가 각각 '서로소' 이면 '오른쪽' 으로 한 칸을 움직이고, 그렇지 않으면 '아래쪽' 으로 한 칸을 움직여 지나간다고 한다. 모범이가 도착한 곳에서 만나는 동물을 말하여라. 이때, 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는다.

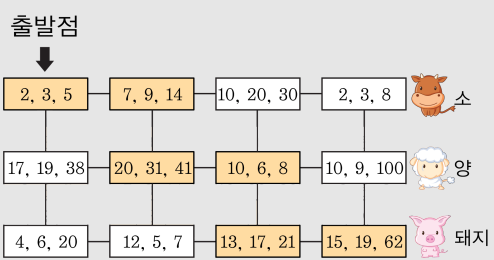


▶ 답 :

▷ 정답 : 돼지

해설

모범이가 지나가는 칸을 색칠하면 다음과 같다.



따라서 모범이가 만나는 동물은 돼지이다.

8. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 유리수는 0, 음수, 자연수로 구분된다.

② $|a| < |b|$ 이면 $a < b$ 이다.

③ 유리수 a 에 대하여 $|a|$ 의 최솟값은 0 이다.

④ 수직선 위의 수 중에서 원점과 가장 가까운 수는 -1 과 1 이다.

⑤ 부호가 같은 두 수의 대소 비교에서는 절댓값의 크기가 클수록 크다.

해설

① 유리수는 0, 음수, 양수로 구분된다.
② $|2| < |-3|$ 일 때 $2 > -3$ 이다.
③ 가장 작은 절댓값은 0 이다.
④ 수직선 위의 정수 중에서 원점과 가장 가까운 수는 -1 과 1 이다.
⑤ 부호가 양수인 두 수의 대소 비교에서만 절댓값의 크기가 클수록 크다.

9. $2 < \left|\frac{x}{3}\right| \leq 7$ 인 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$2 < \left|\frac{x}{3}\right| \leq 7,\ 6 < |x| \leq 21$

$6 < |x| \leq 21$ 인 정수는

$-21,\ -20,\ \cdots,\ -7,\ 7,\ 8,\ \cdots,\ 21$

$\therefore (21 - 7 + 1) \times 2 = 30$

10. $|a| = 25,\ |b| = 5$ 인 두 정수 $a,\ b$ 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값을 A , $a \div b$ 의 최솟값을 B 라 하자. 이때, $A + B$ 의 값은?

① 20 ② -20 ③ 25 ④ -25 ⑤ 30

해설

$|25| = |-25| = 25$ 이므로
$a = 25$ 또는 $a = -25$ 이고
$|5| = |-5| = 5$ 이므로
$b = 5$ 또는 $b = -5$ 이다.
따라서 가능한 $(a,\ b)$ 의 순서쌍은 $(25, 5),\ (25, -5),\ (-25, 5),\ (-25, -5)$ 이다.
각각의 경우, $a+b$ 와 $a \div b$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.
(i) $(a,\ b) = (25,\ 5)$ 일 때,
$a + b = 25 + 5 = 30,\ a \div b = 25 \div 5 = 5$ 이다.
(ii) $(a,\ b) = (25,\ -5)$ 일 때,
$a + b = 25 + (-5) = 20,\ a \div b = 25 \div (-5) = -5$ 이다.
(iii) $(a,\ b) = (-25,\ 5)$ 일 때,
$a + b = (-25) + 5 = -20,\ a \div b = (-25) \div 5 = -5$ 이다.
(iv) $(a,\ b) = (-25,\ -5)$ 일 때,
$a + b = (-25) + (-5) = -30,\ a \div b = (-25) \div (-5) = 5$ 이다.
따라서, $a+b$ 의 최댓값 A 와 $a \div b$ 의 최솟값 B 는 $A = 30,\ B = -5$ 이다.
$\therefore\ A + B = 30 + (-5) = 25$

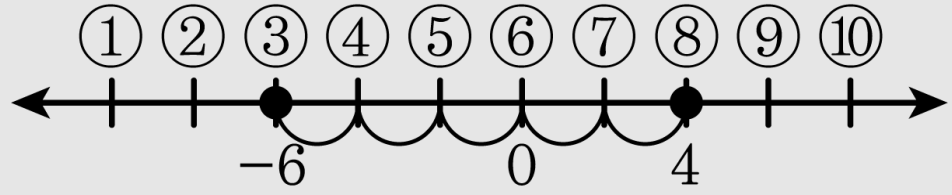
11. 10 개의 수를 수직선에 점으로 나타내었더니 수와 수 사이의 간격이 일정하게 찍혀져 있었다. 수직선에 찍은 점 중 왼쪽에서 3 번째 점이 나타내는 -6 이고 오른쪽에서 3 번째 점이 나타내는 수가 4 일 때, 가장 왼쪽에 있는 점과 가장 오른쪽에 있는 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18 또는 $+18$

해설

열 개의 수를 작은 수부터 ①②③, ⋯ , ⑩ 이라 하자. 오른쪽에서 세 번째 수는 왼쪽에서 8 번째 수이므로



$$(\text{이웃하는 두 수의 거리}) = (6+4) \times \frac{1}{5} = 2$$

따라서 (양 끝 수 사이의 거리) $= 2 \times 9 = 18$ 이다.

12. $|x| \le 8$인 서로 다른 세 정수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여

$$ab < 0,\ bc < 0,\ a > b$$

를 만족하는 $a \times c$ 의 값 중 가장 큰 것을 구한 것은?

① 20 ② 28 ③ 42 ④ 56 ⑤ 70

해설

$|x| \le 8$을 만족하는 정수는
$-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.
$ab < 0$ 이므로 $a \neq 0,\ b \neq 0$ 이고 $a < 0,\ b > 0$ 또는 $a > 0,\ b < 0$ 이다.
$bc < 0$ 이므로 $b \neq 0,\ c \neq 0$ 이고 $b < 0,\ c > 0$ 또는 $b > 0,\ c < 0$ 이다.
$a > b$ 이므로 $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$ 이 성립함을 알 수 있다.
따라서 가장 큰 $a \times c$ 의 값은 $a \times c = 8 \times 7 = 56$ 이다.

13. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a ② a^2 ③ a^3 ④ $\frac{1}{a}$ ⑤ $-a$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 놓으면,

① $a = \frac{1}{2}$

② $a^2 = \frac{1}{4}$

③ $a^3 = \frac{1}{8}$

④ $\frac{1}{a} = 2$

⑤ $-a = -\frac{1}{2}$

14. 3 과 $\frac{13}{2}$ 사이에 분모가 4 인 기약분수 중 가장 작은 수는 A , 가장 큰 수는 B 일 때, $A - B$ 의 값을 구하면?

① 3 ② $\frac{11}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ -1 ⑤ -3

해설

$3 = \frac{12}{4}$, $\frac{13}{2} = \frac{26}{4}$ 이므로

$A = \frac{13}{4}$, $B = \frac{25}{4}$

$A - B = \frac{13}{4} - \frac{25}{4} = -3$

15. 다음 중 상수항이 같은 수로 이루어지지 <u>않은</u> 식은?

① $2(a-2b+3)$

② $x(3x+2)+6$

③ $4a+2b-(a+3b-6)$

④ $\dfrac{x+2y+18}{3}$

⑤ $4x-(3x+2)-4$

해설

①, ②, ③, ④ 상수항은 6 이다.
⑤ 상수항은 -6 이다.

16. $A = 5x - 2,\ B = -3x - 5,\ C = -x + 3$ 일 때, $A - 2\{B - 3(B + C)\}$ 를 x 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-13x - 4$

해설

$$A - 2\{B - 3(B + C)\} = A - 2(-2B - 3C)$$
$$= A + 4B + 6C$$
$$= 5x - 2 + 4(-3x - 5) + 6(-x + 3)$$
$$= 5x - 2 - 12x - 20 - 6x + 18$$
$$= -13x - 4$$

17. $x = 3a - 2$ 이고 $A = 4 + 7x,\ B = -x - 3$ 이다. $A - B$ 에 대하여 $a = 1$ 일 때의 식의 값을 m, $a = -2$ 일 때의 식의 값을 n 이라고 할 때, $m - n$ 의 값은?

① 70 ② 71 ③ 72 ④ 73 ⑤ 74

해설

$a = 1$ 일 때, $x = 1$ 이므로 $A = 11,\ B = -4$

$\therefore\ A - B = 11 - (-4) = 15 = m$

$a = -2$ 일 때, $x = -8$ 이므로 $A = -52,\ B = 5$

$\therefore\ A - B = -52 - 5 = -57 = n$

$\therefore\ m - n = 15 - (-57) = 72$

18. $\frac{x}{2}-\frac{x+1}{3}=1$, $4x-3a=-1$의 두 방정식의 해가 같을때, a의 값은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$3x-2(x+1)=6$

$x=8$

$4x-3a=-1$에 $x=8$을 대입하면

$4\times 8-3a=-1$

$-3a=-33$

$a=11$

19. 어느 마을의 작년 남학생 수와 여학생 수의 비율이 5 : 3 이었다. 올해 남학생 수는 10% 감소하고 여학생 수가 10% 증가하니 남학생 수가 여학생의 수보다 12 명 많다. 올해 이 마을의 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 78 명

해설

작년 남학생 수를 $5x$, 여학생 수를 $3x$ 라 하면 작년 전체 학생 수는 $8x$ 명이다.

올해 남학생 수는 $0.9 \times 5x$ 명이고, 여학생 수는 $1.1 \times 3x$ 명이다.

$4.5x = 3.3x + 12$

$1.2x = 12$

$x = 10$

이 마을은 작년에 남학생이 50 명이었고, 여학생은 30 명이었다. 올해는 남학생이 45 명 여학생이 33 명이 되었으므로 78 명이 되었다.

20. 3 km 떨어진 거리를 처음에는 분속 40 m 의 속력으로 걷다가 중간에 어느 지점부터는 분속 100 m 의 속력으로 뛰었더니 총 45 분이 걸렸다. 이때, 뛰어간 시간을 구하면?

① 10 분 ② 20 분 ③ 30 분 ④ 40 분 ⑤ 60 분

해설

뛰어간 시간을 x 분이라 하면 걸어간 시간은 $(45 - x)$ 분이다.
걸어간 거리와 뛰어간 거리의 합은 3 km 이므로 식을 세워서 풀면,

$40(45 - x) + 100x = 3000$

$1800 - 40x + 100x = 3000$

$60x = 1200$

$\therefore \ x = 20$

따라서, 뛰어간 시간은 20 분이다.

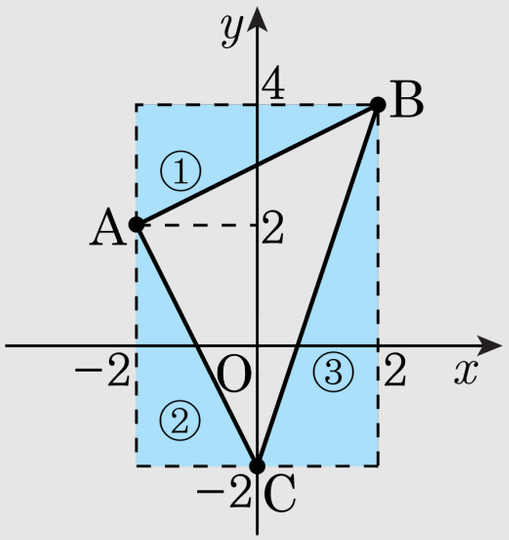
21. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C의 좌표가 다음과 같을 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하면?

$A(-2, 2), B(2, 4), C(0, -2)$

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$A(-2, 2), B(2, 4), C(0, -2)$를 좌표평면에 그리면 다음과 같다.



$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = (\text{사각형의 넓이}) - (① + ② + ③)$

$= 4 \times 6 - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \right)$

$= 24 - 14 = 10$

22. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C 에 대하여 $A(2a-1,-7)$, $B(5,3+2b)$ 는 y 축에 대하여 서로 대칭이고 $C(a-1,b+6)$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

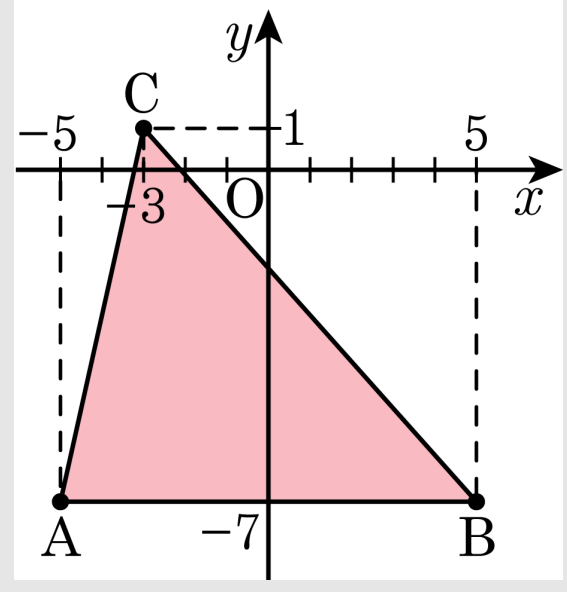
점 $A(2a-1,-7)$ 과 점 $B(5,3+2b)$ 가 y 축에 대하여 서로 대칭이므로

$2a-1=-5,\ 2a=-4,\ a=-2$

$-7=3+2b,\ 2b=-10,\ b=-5$

따라서, 점 C 의 좌표는 $(-3,1)$ 이다.

세 점 A, B, C 를 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 8=40$

23. 함수 $y = \frac{1}{2}x$ 의 그래프 위의 두 점 $(a,\ 2), (-2, b)$ 와 점 $(4,\ -1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$y = \frac{1}{2}x$에 $(a, 2)$ 대입 : $2 = \frac{1}{2} \times a \quad \therefore a = 4$, $y = \frac{1}{2}x$에 $(-2, b)$ 대입 : $b = \frac{1}{2} \times (-2) \quad \therefore b = -1$

세 점 $(4, 2), (-2, -1), (4, -1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\{4 - (-2)\} \times 3 = 9$

24. 함수 $y = -\frac{a}{x}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2), (k-2, -4)$ 를 지날 때, k 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$y = -\frac{a}{x}$ 에 $x = 2, y = 2$ 를 대입하면

$2 = -\frac{a}{2}$

$a = -4$

주어진 함수식은 $y = -\frac{-4}{x} = \frac{4}{x}$

점 $(k-2, -4)$ 를 지나므로,

$-4 = \frac{4}{k-2}$

$k - 2 = -1$

$\therefore k = 1$

25. 소금물 300 g 중 $\frac{3}{4}$ 을 버리고 그 만큼의 물을 채워 넣는 과정을 n 번 반복한 후, 소금물의 농도가 처음의 $\frac{1}{2^{20}}$ 이 되었다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

소금물 300 g 에 들어 있는 소금의 양을 a (g) 이라 두면, $\frac{3}{4}$ 을 버리고 그 만큼의 물을 채워 넣는 과정을 할 때마다 소금의 양은 $\frac{1}{4}$ 배가 된다.

$$\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^n a}{300} = \frac{a}{300} \times \frac{1}{2^{20}}, \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{2^{20}}, n = 10$$

$\therefore\ n = 10$