

1. 다음은 분수 $\frac{11}{20}$ 을 소수로 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 수로 옳지 않은 것은?

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{2^{\text{㉠}} \times 5} = \frac{11 \times \text{㉡}}{2^2 \times 5 \times \text{㉢}} = \frac{55}{\text{㉣}} = \text{㉤}$$

- ① ㉠ 2 ② ㉡ 5 ③ ㉢ 5²
④ ㉣ 100 ⑤ ㉤ 0.55

해설

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{2^2 \times 5} = \frac{11 \times 5}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{55}{100} = 0.55 \text{에서}$$

③ ㉢에 알맞은 수는 5이다.

2. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

- ① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$

분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2

2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$

\therefore 10개

3. 분수 $\frac{18}{2^2 \times x \times 5}$ 을 소수로 나타내면 순환소수가 된다고 한다. x 값이 될 수 있는 것은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

x 가 8, 5 이면 유한소수

x 가 6 이면 $\frac{3}{2^2 \times 5}$ 이 되어 유한소수

x 가 9 이면 $\frac{1}{2 \times 5}$ 로 유한소수

순환소수가 되려면 $x = 7$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ② 무한소수는 순환소수이다.
- ③ 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있는 기약분수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 유한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

해설

- ① $0.\dot{1} + 0.\dot{8} = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$ 인 경우가 있으므로 거짓.
- ② 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.
- ③ 모든 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.

5. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (답이 2 개)

① $0.\dot{8}9 = 0.9$

② $0.\dot{7}\dot{6} > 0.7\dot{6}$

③ $2 \times 0.\dot{8} < 1.\dot{7}$

④ $2.14\dot{5} = \frac{2145 - 21}{9900}$

⑤ $\frac{14}{33} = 0.4\dot{2}$

해설

③ $2 \times \frac{8}{9} = \frac{16}{9}$

④ $2.14\dot{5} = \frac{2145 - 21}{990}$

6. 순환소수 $3.\dot{4}5$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

- ① 33 ② 34 ③ 90 ④ 99 ⑤ 121

해설

$3.\dot{4}5 = \frac{345 - 3}{99} = \frac{38}{11}$ 이므로 A 는 11의 배수이어야 한다.
따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 34, 90이다.

7. 다음 중 옳은 것은?

① $5^2 \times 5^3 = 25^5$

② $(3^3)^3 = 27^9$

③ $(-2)^{10} = -2^{10}$

④ $(2x)^3 = 6x^3$

⑤ $(x^{\frac{2}{3}})^2 = x^{\frac{4}{3}}$

해설

① $5^2 \times 5^3 = 5^5$

② $(3^3)^3 = 3^9$

③ $(-2)^{10} = 2^{10}$

④ $(2x)^3 = 8x^3$

8. $2^5 = a$ 일 때, 4^{11} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① a^4 ② $2a^4$ ③ $3a^4$ ④ $4a^4$ ⑤ $5a^4$

해설

$$\begin{aligned} 4^{11} &= (2^2)^{11} = 2^{22} \\ &= (2^5)^4 \times 2^2 \\ &= a^4 \times 2^2 = 4a^4 \end{aligned}$$

9. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$am = 8, \quad bm = 12, \quad cm = 20$$

모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 4이다.

10. $(2x^A y)^3 \times Bx \div (2y^2)^2 = \frac{6x^{10}}{y^C}$ 에서 A, B, C 의 값을 각각 구하면?

① $A = 1, B = 3, C = 2$

② $A = 1, B = 3, C = -2$

③ $A = 2, B = 3, C = 2$

④ $A = 2, B = 3, C = 3$

⑤ $A = 3, B = 3, C = 1$

해설

$$(2x^A y)^3 \times Bx \div (2y^2)^2 = \frac{6x^{10}}{y^C}$$

$$\frac{8Bx^{3A+1}y^3}{4y^4} = \frac{2Bx^{3A+1}}{y} = \frac{6x^{10}}{y^C}$$

$$3A + 1 = 10, A = 3$$

$$\therefore A = 3, B = 3, C = 1$$

12. $\frac{6x^2 - 9x}{2} - \frac{x^2 - 8x + 5}{3} = ax^2 + bx + c$ 에서 $a + c$ 의 값을 구하면?

- ㉠ 1 ㉡ $\frac{3}{2}$ ㉢ 4 ㉣ $\frac{9}{2}$ ㉤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{6x^2 - 9x}{2} - \frac{x^2 - 8x + 5}{3} \\ &= \frac{3(6x^2 - 9x)}{6} - \frac{2(x^2 - 8x + 5)}{6} \\ &= \frac{18x^2 - 27x}{6} - \frac{2x^2 - 16x + 10}{6} \\ &= \frac{18x^2 - 2x^2 - 27x + 16x - 10}{6} \\ &= \frac{16x^2 - 11x - 10}{6} \\ &\cong, a = \frac{16}{6}, c = -\frac{10}{6} \\ &\therefore a + c = \frac{16}{6} + \left(-\frac{10}{6}\right) = \frac{6}{6} = 1 \end{aligned}$$

13. $a * b = (a + b)^2$ 으로 정의할 때, $2x * (-y) + x * 2y$ 를 간단히 하면??

① $2x^2 + 2y^2$

② $3x^2 + 3y^2$

③ $4x^2 + 4y^2$

④ $5x^2 + 5y^2$

⑤ $6x^2 + 6y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - y)^2 + (x + 2y)^2 \\ &= 4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 + 4xy + 4y^2 \\ &= 5x^2 + 5y^2 \end{aligned}$$

14. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2$, $B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$

② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$

③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$

④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$

⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 6b^3 - 3ab^2, B = 8ab^2 - 4$$

$$A - (B + 3C) = ab^2 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 3C = ab^2 + 1 \text{ 이고,}$$

$$3C = A - B - ab^2 - 1$$

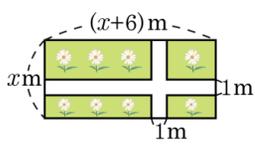
$$3C = 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1$$

$$= 6b^3 - 12ab^2 + 3$$

양변을 3으로 나누면

$$C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$$

15. 다음 그림은 직사각형 모양으로 생긴 꽃밭에 폭이 1m 인 길을 만든 것이다. 길을 내고 난 꽃밭의 넓이를 x 를 사용하여 나타내면?



- ① $x^2 + 2x + 1$ ② $3x + 2$ ③ $x^2 - 2x - 3$
 ④ $x^2 + 3x - 2$ ⑤ $x^2 + 4x - 5$

해설

$$(x+5)(x-1) = x^2 + 4x - 5$$

16. 연립방정식 $\begin{cases} ax - 2y = 4 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 값의 비가 $1 : 3$ 일 때

a 의 값은?

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$x : y = 1 : 3$ 이므로 $y = 3x$, 이것을 $2x - y = 8$ 에 대입하면
 $x = -8, y = -24$,
구한 x, y 의 값을 $ax - 2y = 4$ 에 대입하면 $-8a + 48 = 4$
 $-8a = -44$
 $\therefore a = \frac{11}{2}$

17. 다음 네 일차방정식이 한 쌍의 공통인 해를 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a - 2b$ 의 값은?

$$2x - 5y = -11, \quad bx - ay = -9, \quad 2x - 3y = -5, \quad ax + by = -7$$

- ① 0 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 10

해설

$$\begin{cases} 2x - 5y = -11 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases} \text{ 를 연립하여 풀면 } x = 2, y = 3 \text{ 이 나오고,}$$

이 값을 나머지 두 식에 대입하여 풀면 $a = 1, b = -3$ 이 나온다.
따라서 $a - 2b = 1 - 2 \times (-3) = 7$ 이다.

18. 연립방정식 $\begin{cases} 3(x-y) + 4y = a \\ x + 2(x-2y) = 7 \end{cases}$ 의 해가 $(-1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

$$\begin{cases} 3(x-y) + 4y = a & \dots \textcircled{1} \\ x + 2(x-2y) = 7 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{ 을 정리하면 } \begin{cases} 3x + y = a & \dots \textcircled{3} \\ 3x - 4y = 7 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

가 된다.

$$\textcircled{4}\text{식에 } (-1, b) \text{ 를 대입하면 } b = -\frac{5}{2}$$

$$\textcircled{3}\text{식에 } (-1, -\frac{5}{2}) \text{ 를 대입하면 } a = -\frac{11}{2}$$

$$\therefore a + b = -\frac{11}{2} - \frac{5}{2} = -8$$

19. 일차방정식 $2x + ay - 6 = 0$ 이 $(0, 2)$, $(-3, b)$, $(c, -2)$ 를 해로 가질 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① 9 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 15

해설

$(0, 2)$ 를 $2x + ay - 6 = 0$ 에 대입하면 $2a - 6 = 0$, 따라서 $a = 3$,
 $(-3, b)$ 를 $2x + 3y - 6 = 0$ 에 대입하면 $3b - 12 = 0$, 따라서 $b = 4$,
 $(c, -2)$ 를 $2x + 3y - 6 = 0$ 에 대입하면 $2c - 12 = 0$, 따라서 $c = 6$

20. $(2x-3y)^2-4(x-7y)(3x+2y)$ 를 계산하여 간단히 한 식이 $ax^2+bx+cy^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

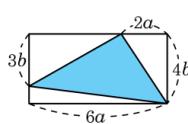
- ① -25 ② -9 ③ 9 ④ 71 ⑤ 121

해설

$$\begin{aligned} & (2x-3y)^2-4(x-7y)(3x+2y) \\ &= 4x^2-12xy+9y^2-4(3x^2-19xy-14y^2) \\ &= 4x^2-12xy+9y^2-12x^2+76xy+56y^2 \\ &= -8x^2+64xy+65y^2 \end{aligned}$$

따라서 $a+b+c = -8+64+65 = 121$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 가로 길이가 $6a$, 세로 길이가 $4b$ 인 직사각형이 있다. 색칠한 부분의 넓이 S 를 a 에 관해서 풀면?



① $a = bS$

② $a = \frac{S}{b}$

③ $a = \frac{S}{7b}$

④ $a = \frac{S}{9b}$

⑤ $a = \frac{S}{11b}$

해설

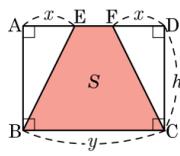
직사각형의 넓이에서 색칠한 삼각형 주위의 삼각형 3개의 넓이를 뺀다.

$$6a \times 4b - \frac{1}{2}(4a \times 3b + 2a \times 4b + b \times 6a) = 11ab$$

$$\therefore S = 11ab$$

$$\therefore a = \frac{S}{11b}$$

22. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 직사각형이다. $\square EBCF$ 의 넓이를 S 라 할 때, h 를 S, x, y 의 식으로 나타내어라. (단, $\overline{AE} = \overline{FD} = x$, $\overline{BC} = y, \overline{CD} = h$)



▶ 답:

▶ 정답: $h = \frac{S}{y-x}$

해설

$$S = \frac{(y - 2x + y)h}{2} \Rightarrow h = \frac{S}{y-x}$$

23. 두 자연수 a, b 에 대하여 $x = a + b, y = a - b$ 이고 $x^2 + y^2 = 10$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$x = a + b, y = a - b$ 를 $x^2 + y^2 = 10$ 식에 대입하면
 $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2) = 10$
 $\therefore a^2 + b^2 = 5$
따라서 $a^2 = 4, b^2 = 1$ 에서 $a = 2, b = 1$ 이다.

24. 다음 연립방정식의 해가 $x = a, y = b, z = c$ 일 때 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ y + z = 14 \\ z + x = 12 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$\begin{cases} x + y = 10 & \dots \text{①} \\ y + z = 14 & \dots \text{②} \\ z + x = 12 & \dots \text{③} \end{cases}$$

에서 ① + ② + ③ 을 하면

$$2(x + y + z) = 36 \Rightarrow x + y + z = 18$$

따라서 $a + b + c = 18$ 이다.

25. 자연수 x 에 대하여 $\frac{7x}{60}$ 은 유한소수이고, $7x \leq 100$ 이다. 이것을 만족하는 x 들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\frac{7x}{60} = \frac{7x}{2^2 \times 3 \times 5}$ 이므로 x 는 3 의 배수이어야 한다.
분자인 $7x$ 는 100 이하의 자연수이므로
조건에 맞는 x 값은 3, 6, 9, 12 이다.
따라서 x 값들의 합은 30 이다.

26. n 이 자연수일 때, 다음을 간단히 하여라.
 $(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 식을 지수법칙에 의하여 간단히 하면

$$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$$

$$= (-1)^n x^n \times (-1)^{n+3} (x)^{n+3} + x^{2n+3}$$

$$= (-1)^{2n+3} x^{2n+3} + x^{2n+3}$$

$2n+3$ 은 n 이 짝수일 때와 홀수일 때 모두 홀수이므로

$$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$$

$$= (-1)^{2n+3} x^{2n+3} + x^{2n+3}$$

$$= -x^{2n+3} + x^{2n+3} = 0$$

27. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1-x}{3} - \frac{y}{2} = \frac{5}{3} \\ 0.2x - 0.3y = -0.8 \end{cases}$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -4$

▷ 정답: $y = 0$

해설

$$\begin{cases} \frac{1-x}{3} - \frac{y}{2} = \frac{5}{3} \\ 0.2x - 0.3y = -0.8 \end{cases} \text{ 을 간단히 정리하면}$$

$$\begin{cases} -2x - 3y = 8 \\ 2x - 3y = -8 \end{cases} \text{ 이므로}$$

$-6y = 0, y = 0, x = -4$ 이다.

28. $a = \frac{1}{2^{2x-1}}, b = \frac{1}{3^x}$ 일 때, 12^x 을 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2}{ab}$

해설

$12^x = (2^2 \times 3)^x = 2^{2x} \times 3^x$ 이므로 주어진 a, b 를 $2^{2x}, 3^x$ 으로 정리하면

$$2^{2x-1} = \frac{1}{a} \text{에서 } 2^{2x} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{a} \quad \therefore 2^{2x} = \frac{2}{a}$$

$$\frac{1}{3^x} = b \text{에서 } \quad \therefore 3^x = \frac{1}{b}$$

$$\therefore 12^x = 2^{2x} \times 3^x = \frac{2}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{2}{ab}$$

29. $A = 3x^2 - 4$, $B = 2x^2 + 3x - \frac{1}{2}$, $C = x^2 - 7x + \frac{5}{2}$ 일 때, $B - \left(\frac{1}{3}A + C\right) + (2C + B + A)$ 를 x 에 대한 식으로 나타내었다. 이때, 상수항을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{6}$

해설

$$B - \left(\frac{1}{3}A + C\right) + (2C + B + A)$$

$$= B - \frac{1}{3}A - C + 2C + B + A$$

$$= \frac{2}{3}A + 2B + C$$

이므로 A, B, C 의 식을 대입하면

$$\frac{2}{3}A + 2B + C$$

$$= \frac{2}{3}(3x^2 - 4) + 2\left(2x^2 + 3x - \frac{1}{2}\right) + x^2 - 7x + \frac{5}{2}$$

$$= 2x^2 - \frac{8}{3} + 4x^2 + 6x - 1 + x^2 - 7x + \frac{5}{2}$$

$$= 7x^2 - x - \frac{7}{6}$$

따라서 상수항은 $-\frac{7}{6}$ 이다.

30. 0 이 아닌 세 수 x, y, z 에 대하여 $yz = \frac{1}{x}$ 일 때, $\frac{x}{1+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{1+z+zx}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$yz = \frac{1}{x}$ 에서 $xyz = 1$ 을 주어진 식에 대입하여 분모를 $1+y+yz$ 로 통일하면

$$\begin{aligned} & \frac{xyz}{xyz+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{xyz+z+zx} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{1}{1+x+xy} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{xyz}{xyz+x+xy} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{yz}{1+y+yz} \\ &= \frac{1+y+yz}{1+y+yz} = 1 \end{aligned}$$