

1. 분수 $\frac{1}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 96 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{1}{7} = 0.14285\dot{7}$, $96 \div 6 = 16 \cdots 0$
소수점 아래 96 번째 자리 숫자는 7이다.

2. 다음 전개식 중 옳은 것은?

① $(x+3)^2 = x^2 + 3x + 9$

② $(4x-3y)^2 = 16x^2 - 12xy + 9y^2$

③ $(x+3y)(3y-x) = x^2 - 9y^2$

④ $(x-5)(x+4) = x^2 - x - 20$

⑤ $(x+5y)(2x-3y) = 2x^2 + 13x - 15y^2$

해설

① $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

② $(4x-3y)^2 = 16x^2 - 24xy + 9y^2$

③ $(x+3y)(3y-x) = (x+3y)(-x+3y) = -x^2 + 9y^2$

④ $(x-5)(x+4) = x^2 - x - 20$

⑤ $(x+5y)(2x-3y) = 2x^2 + 7xy - 15y^2$

따라서 옳은 식은 ④번이다.

3. 집합 $A = \{(x, y) | x + 3y = 13, x, y \text{는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A)$ 는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x = 13 - 3y$ 에 $y = 1, 2, 3, \dots$ 을 차례대로 대입하여 해를 구하면
 $A = \{(1, 4), (4, 3), (7, 2), (10, 1)\}$
 $\therefore n(A) = 4$

4. A 가 자연수일 때, $\frac{35}{84} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{35}{84} = \frac{5 \times 7}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{2^2 \times 3}$$

$\therefore A = 3$

5. 다음 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30} = \frac{3}{90} = 0.03333\cdots$$

$$\frac{7}{9} = 0.7777\cdots$$

$$a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

6. 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \frac{341}{900}$

② $7.\dot{3} = \frac{73-7}{90}$

③ $0.6\dot{2} = \frac{62-6}{99}$

④ $4.i\dot{8} = \frac{418-4}{90}$

⑤ $2.5\dot{3} = \frac{253-2}{99}$

해설

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \frac{341}{999}$

② $7.\dot{3} = \frac{73-7}{9}$

③ $0.6\dot{2} = \frac{62-6}{90}$

④ $4.i\dot{8} = \frac{418-4}{99}$

⑤ $2.5\dot{3} = \frac{253-2}{99}$

7. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 순환소수 중에서 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다. (단, 분모는 0 이 아니다.)
- ② 모든 순환소수는 무리수이다.
- ③ 유한소수가 아닌 기약분수는 모두 순환소수이다.
- ④ 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수이다.
- ⑤ 0 이 아닌 모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있고, 모든 순환소수는 유리수로 나타낼 수 있다.

해설

- ① 순환소수는 모두 유리수이므로 모두 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 있다.
- ② 모든 순환소수는 유리수이다.
- ④ $0.5 + 0.4 = 0.9 = 1$

8. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

우변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고,

a, b 중 하나만 홀수 y^7 이므로

$a = 3, b = 2$

$\therefore a + b = 5$

9. $4^2 = x$ 라 할 때, $2^4 + 4^3 - 2^5$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라 .

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x$

해설

$$\begin{aligned}2^4 + 4^3 - 2^5 &= 2^4 + (2^2)^3 - 2^5 \\ &= 2^4 + 2^6 - 2^5 \\ &= 2^4 + 2^2 \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^4 \\ &= x + 4x - 2x \\ &= 3x\end{aligned}$$

10. $\left(x + \frac{3}{4}y\right)\left(3x - \frac{2}{3}y + 1\right)$ 를 전개하여 간단히 했을 때, xy 의 계수는?

- ① $\frac{21}{12}$ ② $\frac{19}{12}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{13}{12}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

해설

전개했을 때 xy 항이 나오는 경우를 찾아 계산하면

$$x \times \left(-\frac{2}{3}y\right) + \frac{3}{4}y \times 3x = -\frac{2}{3}xy + \frac{9}{4}xy = \frac{19}{12}xy$$

11. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3, a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{3}$ ② 7 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 14 ⑤ 16

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$9 - 2ab = 7$$

$$\therefore ab = 1$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7$$

12. $\frac{x}{6}(12x+24) - \frac{x}{12}(36-12x) = Ax^2 + Bx$ 라 할 때, $A - B$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + 4x - (3x - x^2) \\ &= 3x^2 + x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = 3, B = 1$$

$$\therefore A - B = 2$$

13. $x = -3, y = -\frac{1}{2}$ 일 때, $(2x^2y - 8xy^2) \div 2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$(2x^2y - 8xy^2) \div 2xy = \frac{2x^2y - 8xy^2}{2xy} \\ = x - 4y$$

이 식에 $x = -3, y = -\frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$-3 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -3 + 2 = -1$$

14. 학 x 마리와 거북이 y 마리를 합한 14 마리의 다리수는 모두 40 개이다. 이것을 x, y 에 관한 연립방정식으로 맞게 나타낸 것은?

① $x + y = 14, 2x + 2y = 40$ ② $x + y = 14, 2x + 4y = 40$

③ $x + y = 14, 4x + 2y = 40$ ④ $x + y = 14, 2x + y = 40$

⑤ $x + y = 14, x + y = 40$

해설

학 x 마리와 거북이 y 마리를 합한 14 마리는 $x + y = 14$ 이다.
학의 다리는 2개씩 x 마리 $2x$ 개이고, 거북이의 다리는 4개씩 y 마리 $4y$ 개이므로
 $2x + 4y = 40$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=5 \\ ax-y=-1 \end{cases}$ 을 만족하는 해가 $(1, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 3 ③ 5 ④ 6 ⑤ 9

해설

$x+2y=5$ 에 $x=1$ 을 대입, $y=2=b$
 $ax-y=-1$ 에 $(1, 2)$ 를 대입하면 $a-2=-1, a=1$
 $\therefore a+b=1+2=3$

16. 연립방정식 $\begin{cases} x+3y=11 \\ -3x+4y=6 \end{cases}$ 을 대입법으로 풀면?

- ① $x=2, y=-3$ ② $x=-2, y=3$ ③ $x=2, y=3$
④ $x=3, y=2$ ⑤ $x=3, y=-2$

해설

$$\text{연립방정식 } \begin{cases} x+3y=11 & \dots \text{㉠} \\ -3x+4y=6 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠을 x 에 대하여 풀면 $x = -3y + 11 \dots \text{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하면 $-3(-3y + 11) + 4y = 6$

$$9y - 33 + 4y = 6$$

$$13y = 39$$

$$\therefore y = 3$$

$$y = 3 \text{ 을 ㉢에 대입하면 } x = (-3) \times 3 + 11 = 2$$

17. 연립방정식 $x+y=7, y+z=a, z+x=5$ 에서 $y>0, z<0$ 일 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x+y=7 \cdots \textcircled{1}$$

$$y+z=a \cdots \textcircled{2}$$

$$z+x=5 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} \text{ 을 계산하면 } 2(x+y+z) = 12+a$$

$$\therefore x+y+z = 6 + \frac{a}{2}$$

$$\text{따라서 } x = 6 - \frac{a}{2}, y = 1 + \frac{a}{2}, z = \frac{a}{2} - 1$$

$y > 0, z < 0$ 이므로

$$1 + \frac{a}{2} > 0, \frac{a}{2} - 1 < 0 \text{ 에서 } -2 < a < 2$$

$a = -1, 0, 1$ 이므로 a 의 값들의 합은 $(-1) + 0 + 1 = 0$ 이다.

18. 연립방정식 $4x - 7y - 8 = 5x + 3y = 7$ 의 해가 일차방정식 $3x + 2y = k$ 을 만족할 때 k 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{cases} 4x - 7y - 8 = 7 \\ 5x + 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 7y = 15 & \dots (1) \\ 5x + 3y = 7 & \dots (2) \end{cases}$$

$$(1) \times 3 + (2) \times 7 \text{ 하면 } 47x = 94$$

$$x = 2,$$

$$x = 2 \text{ 를 (2) 에 대입하면 } y = -1$$

$$x = 2, y = -1 \text{ 을 } 3x + 2y = k \text{ 에 대입하면 } 3 \times 2 + 2 \times (-1) = k$$

$$\therefore k = 4$$

19. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

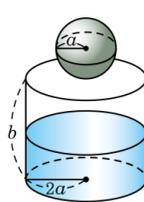
$$am = 10, bm = 8, cm = 6$$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2이다.

20. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

- ① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
 ④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 (쇠공의 부피) / (원기둥의 밑면의 넓이) 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

21. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = 3 & \dots \textcircled{A} \\ 0.3x + 0.2y = -0.3 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$ 의 해로 알맞은 것은?

① $x = -6, y = -3$

② $x = -3, y = 6$

③ $x = 6, y = 3$

④ $x = -3, y = -6$

⑤ $x = 3, y = -6$

해설

① $\times 4$, ② $\times 10$ 을 하면

$$\begin{cases} 2x - y = 12 \\ 3x + 2y = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 4x - 2y = 24 \\ +) 3x + 2y = -3 \\ \hline 7x = 21 \end{array}$$

$\therefore x = 3$

$x = 3$ 을 $2x - y = 12$ 에 대입하면 $6 - y = 12$

$\therefore y = -6$

22. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2ay + 2 = 0 \\ 2x + 3(a-1)y - b = 0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $5a+3b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{3}{2} = \frac{2a}{3(a-1)} = \frac{2}{-b}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{2a}{3(a-1)} \text{ 에서 } 9a - 9 = 4a, a = \frac{9}{5}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{2}{-b} \text{ 에서 } -3b = 4, b = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore 5a + 3b = 9 - 4 = 5$$

23. 다음을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

$$144^4 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$144^4 = (2^4 \times 3^2)^4 = 2^{16} \times 3^8 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$$

$$x = 4, y = 16$$

$$\therefore x + y = 20$$

24. $3^{3^{(3^4)}}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 계속 반복된다.
 $3^{3^{(3^4)}} = 3^{3^{81}}$ 에서 3^{81} 의 일의 자리의 숫자는 $81 = 4 \times 20 + 1$ 이므로 3이다.
 $x = 3^{81}$ 일 때, 3^x 의 일의 자리의 숫자는 3^3 의 일의 자리의 숫자와 같으므로 $3^{3^{(3^4)}} = 3^{3^{81}}$ 의 일의 자리의 숫자는 $3 = 4 \times 0 + 3$ 이므로 7이다.

25. 0 이 아닌 세 수 x, y, z 에 대하여 $yz = \frac{1}{x}$ 일 때, $\frac{x}{1+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{1+z+zx}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$yz = \frac{1}{x}$ 에서 $xyz = 1$ 을 주어진 식에 대입하여 분모를 $1+y+yz$ 로 통일하면

$$\begin{aligned} & \frac{yz}{xyz+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{xyz+z+zx} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{1}{1+x+xy} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{xyz}{xyz+x+xy} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{yz}{1+y+yz} \\ &= \frac{1+y+yz}{1+y+yz} = 1 \end{aligned}$$