1. 분수 $\frac{1}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 96 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}42857\dot{}$, $96 \div 6 = 16 \cdots 0$

소수점 아래 96 번째 자리 숫자는 7 이다.

2. 다음 전개식 중 옳은 것은?

① $(x+3)^2 = x^2 + 3x + 9$

② $(4x-3y)^2 = 16x^2 - 12xy + 9y^2$

③ $(x+3y)(3y-x) = x^2 - 9y^2$

④ $(x-5)(x+4) = x^2 - x - 20$

⑤ $(x+5y)(2x-3y) = 2x^2 + 13x - 15y^2$

해설

① $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$
② $(4x-3y)^2 = 16x^2 - 24xy + 9y^2$
③ $(x+3y)(3y-x) = (x+3y)(-x+3y) = -x^2 + 9y^2$
④ $(x-5)(x+4) = x^2 - x - 20$
⑤ $(x+5y)(2x-3y) = 2x^2 + 7xy - 15y^2$
따라서 옳은 식은 ④번이다.

3. 집합 $A = \{(x, y) \mid x + 3y = 13,\ \ x, y$는 자연수$\}$ 에 대하여 $n(A)$ 는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x = 13 - 3y$에 $y = 1, 2, 3, \cdots$ 을 차례대로 대입하여 해를 구하면

$A = \{(1, 4), (4, 3), (7, 2), (10, 1)\}$

$\therefore n(A) = 4$

4. A 가 자연수일 때, $\frac{35}{84} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{35}{84} = \frac{5 \times 7}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{2^2 \times 3}$$

$\therefore A = 3$

5. 다음 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a , b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30}=\frac{3}{90}=0.03333\cdots$$

$$\frac{7}{9}=0.7777\cdots$$

$$a=3,\ b=7$$

$$\therefore a+b=10$$

6. 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \dfrac{341}{900}$

② $7.\dot{3} = \dfrac{73-7}{90}$

③ $0.6\dot{2} = \dfrac{62-6}{99}$

④ $4.\dot{1}\dot{8} = \dfrac{418-4}{90}$

⑤ $2.5\dot{3} = \dfrac{253-2}{99}$

해설

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \dfrac{341}{999}$

② $7.\dot{3} = \dfrac{73-7}{9}$

③ $0.6\dot{2} = \dfrac{62-6}{90}$

④ $4.\dot{1}\dot{8} = \dfrac{418-4}{99}$

⑤ $2.5\dot{3} = \dfrac{253-2}{99}$

7. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 순환소수 중에서 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다. (단, 분모는 0 이 아니다.)

② 모든 순환소수는 무리수이다.

③ 유한소수가 아닌 기약분수는 모두 순환소수이다.

④ 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수이다.

⑤ 0 이 아닌 모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있고, 모든 순환소수는 유리수로 나타낼 수 있다.

해설

① 순환소수는 모두 유리수이므로 모두 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 있다.

② 모든 순환소수는 유리수이다.

④ $0.\dot{5}+0.\dot{4}=0.\dot{9}=1$

8. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

우변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고,

a, b 중 하나만 홀수 y^7 이므로

$a = 3,\ b = 2$

$\therefore a+b = 5$

9. $4^2 = x$ 라 할 때, $2^4 + 4^3 - 2^5$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라 .

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x$

해설

$$\begin{aligned} 2^4 + 4^3 - 2^5 &= 2^4 + (2^2)^3 - 2^5 \\ &= 2^4 + 2^6 - 2^5 \\ &= 2^4 + 2^2 \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^4 \\ &= x + 4x - 2x \\ &= 3x \end{aligned}$$

10. $\left(x+\frac{3}{4}y\right)\left(3x-\frac{2}{3}y+1\right)$를 전개하여 간단히 했을 때, xy의 계수는?

① $\frac{21}{12}$ ② $\frac{19}{12}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{13}{12}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

해설

전개했을 때 xy항이 나오는 경우를 찾아 계산하면

$$x\times\left(-\frac{2}{3}y\right)+\frac{3}{4}y\times 3x=-\frac{2}{3}xy+\frac{9}{4}xy=\frac{19}{12}xy$$

11. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$ ② 7 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 14 ⑤ 16

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$9-2ab=7$

$\therefore ab=1$

$\therefore \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{7}{1}=7$

12. $\frac{x}{6}(12x+24)-\frac{x}{12}(36-12x)=Ax^2+Bx$ 라 할 때, $A-B$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(\text{준식}) = 2x^2+4x-(3x-x^2)$$
$$= 3x^2+x = Ax^2+Bx$$

$A=3,\ B=1$

$\therefore\ A-B=2$

13. $x=-3,\ y=-\frac{1}{2}$ 일 때, $(2x^2y-8xy^2)\div 2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(2x^2y-8xy^2)\div 2xy=\frac{2x^2y-8xy^2}{2xy}$$
$$=x-4y$$

이 식에 $x=-3,\ y=-\frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$-3-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-3+2=-1$$

14. 학 x 마리와 거북이 y 마리를 합한 14 마리의 다리수는 모두 40 개이다. 이것을 x, y 에 관한 연립방정식으로 맞게 나타낸 것은?

① $x+y=14\ ,\ 2x+2y=40$ ② $x+y=14\ ,\ 2x+4y=40$

③ $x+y=14\ ,\ 4x+2y=40$ ④ $x+y=14\ ,\ 2x+y=40$

⑤ $x+y=14\ ,\ x+y=40$

해설

학 x 마리와 거북이 y 마리를 합한 14 마리는 $x+y=14$ 이다.
학의 다리는 2 개씩 x 마리 $2x$ 개이고, 거북이의 다리는 4 개씩 y 마리 $4y$ 개이므로
$2x+4y=40$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=5 \\ ax-y=-1 \end{cases}$ 을 만족하는 해가 $(1,\ b)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 3 ③ 5 ④ 6 ⑤ 9

해설

$x+2y=5$ 에 $x=1$을 대입, $y=2=b$

$ax-y=-1$ 에 $(1,\ 2)$를 대입하면 $a-2=-1$, $a=1$

$\therefore\ a+b=1+2=3$

16. 연립방정식 $\begin{cases} x+3y=11 \\ -3x+4y=6 \end{cases}$ 을 대입법으로 풀면?

① $x=2,\ y=-3$ ② $x=-2,\ y=3$ ③ $x=2,\ y=3$

④ $x=3,\ y=2$ ⑤ $x=3,\ y=-2$

해설

연립방정식 $\begin{cases} x+3y=11 & \cdots ㉠ \\ -3x+4y=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 x 에 대하여 풀면 $x=-3y+11 \cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $-3(-3y+11)+4y=6$

$9y-33+4y=6$

$13y=39$

$\therefore\ y=3$

$y=3$ 을 ㉢에 대입하면 $x=(-3)\times 3+11=2$

17. 연립방정식 $x+y=7, y+z=a, z+x=5$ 에서 $y>0, z<0$ 일 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x+y=7 \cdots$ ㉠

$y+z=a \cdots$ ㉡

$z+x=5 \cdots$ ㉢

㉠ + ㉡ + ㉢ 을 계산하면 $2(x+y+z)=12+a$

$\therefore x+y+z=6+\frac{a}{2}$

따라서 $x=6-\frac{a}{2}, y=1+\frac{a}{2}, z=\frac{a}{2}-1$

$y>0, z<0$ 이므로

$1+\frac{a}{2}>0, \frac{a}{2}-1<0$ 에서 $-2<a<2$

$a=-1, 0, 1$ 이므로 a 의 값들의 합은 $(-1)+0+1=0$ 이다.

18. 연립방정식 $4x-7y-8=5x+3y=7$ 의 해가 일차방정식 $3x+2y=k$ 을 만족할 때 k 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{cases} 4x-7y-8=7 \\ 5x+3y=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-7y=15 & \cdots(1) \\ 5x+3y=7 & \cdots(2) \end{cases}$$

$(1)\times 3+(2)\times 7$ 하면 $47x=94$

$x=2,$

$x=2$ 를 (2) 에 대입하면 $y=-1$

$x=2,\ y=-1$ 을 $3x+2y=k$ 에 대입하면 $3\times 2+2\times(-1)=k$

$\therefore\ k=4$

19. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$

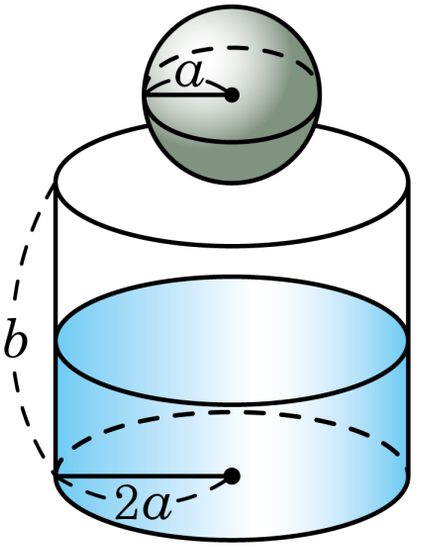
$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$

$am = 10,\ bm = 8,\ cm = 6$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2 이다.

20. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?



① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$

해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \dfrac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$이다.

$(\text{쇠공의 부피}) = \frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a$$ 만큼 높아진다.

21. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = 3 & \cdots ㉠ \\ 0.3x + 0.2y = -0.3 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해로 알맞은 것은?

① $x = -6,\ y = -3$

② $x = -3,\ y = 6$

③ $x = 6,\ y = 3$

④ $x = -3,\ y = -6$

⑤ $x = 3,\ y = -6$

해설

㉠ $\times 4$, ㉡ $\times 10$ 을 하면

$$\begin{cases} 2x - y = 12 \\ 3x + 2y = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 4x-2y=24 \\ +)\ 3x+2y=-3 \\ \hline 7x \quad\ =21 \end{array}$$

$\therefore x = 3$

$x = 3$ 을 $2x - y = 12$ 에 대입하면 $6 - y = 12$

$\therefore\ y = -6$

22. 연립방정식 $\begin{cases} 3x+2ay+2=0 \\ 2x+3(a-1)y-b=0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $5a+3b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\frac{3}{2}=\frac{2a}{3(a-1)}=\frac{2}{-b}$

$\frac{3}{2}=\frac{2a}{3(a-1)}$ 에서 $9a-9=4a$, $a=\frac{9}{5}$

$\frac{3}{2}=\frac{2}{-b}$ 에서 $-3b=4$, $b=-\frac{4}{3}$

$\therefore 5a+3b=9-4=5$

23. 다음을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하여라.

$$144^4 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$144^4 = (2^4 \times 3^2)^4 = 2^{4x} \times 3^8 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$

$x = 4,\ y = 16$

$\therefore\ x+y = 20$

24. $3^{3^{(3)^4}}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

3 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 이 계속 반복된다.

$3^{3^{(3)^4}} = 3^{3^{81}}$ 에서 3^{81} 의 일의 자리의 숫자는 $81 = 4 \times 20 + 1$ 이므로 3 이다.

$x = 3^{81}$ 일 때, 3^x 의 일의 자리의 숫자는 3^3 의 일의 자리의 숫자와 같으므로 $3^{3^{(3)^4}} = 3^{3^{81}}$ 의 일의 자리의 숫자는 $3 = 4 \times 0 + 3$ 이므로 7 이다.

25. 0 이 아닌 세 수 x, y, z 에 대하여 $yz = \frac{1}{x}$ 일 때, $\frac{x}{1+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{1+z+zx}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$yz = \frac{1}{x}$ 에서 $xyz = 1$ 을 주어진 식에 대입하여 분모를 $1+y+yz$ 로 통일하면

$$\frac{x}{xyz+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{xyz+z+zx}$$

$$= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{1}{1+x+xy}$$

$$= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{xyz}{xyz+x+xy}$$

$$= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{yz}{1+y+yz}$$

$$= \frac{1+y+yz}{1+y+yz} = 1$$