

1. 부등식 $\frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5 &\Rightarrow \frac{1}{6} < \sqrt{x} < \frac{5}{3} \\ \Rightarrow \frac{1}{36} < x < \frac{25}{9} &\therefore x = 1, 2 \end{aligned}$$

2. 다음 중 무리수만 묶은 것은?

① $\frac{1}{2}, \sqrt{3}, \sqrt{25} - 2$

② $0.\dot{7}9, \sqrt{5}, \sqrt{3.8}$

③ $\sqrt{0.1}, \pi, 11$

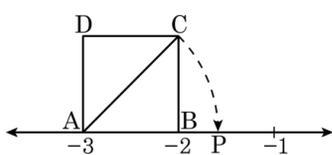
④ $-3.14, \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{21}$

⑤ $\sqrt{0.1}, \pi, \sqrt{11}$

해설

② $0.\dot{7}9 = \frac{79}{99}$

3. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이다. 점 P 에 대응하는 수를 $a + \sqrt{b}$ 라고 할 때, 유리수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $ab = -6$

해설

$a + \sqrt{b} = -3 + \sqrt{2}$
 $a = -3, b = 2$ 이므로 -6 이다.

4. 다음 중 계산 결과가 옳은 것의 개수는?

$\textcircled{㉠} 2\sqrt{3} \div \sqrt{6} = \sqrt{2}$	$\textcircled{㉡} 5\sqrt{2} \div \sqrt{5} = 5$
$\textcircled{㉢} \frac{9\sqrt{15}}{3\sqrt{15}} = \sqrt{3}$	$\textcircled{㉣} \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = \sqrt{7}$
$\textcircled{㉤} 8\sqrt{7} \div \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$	

- ① 1 개 **② 2 개** ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\textcircled{㉠} 2\sqrt{3} \div \sqrt{6} = \sqrt{2}$
 $\textcircled{㉡} 5\sqrt{2} \div \sqrt{5} = \sqrt{10}$
 $\textcircled{㉢} \frac{9\sqrt{15}}{3\sqrt{15}} = 3$
 $\textcircled{㉣} \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = \sqrt{7}$
 $\textcircled{㉤} 8\sqrt{7} \div \sqrt{2} = 4\sqrt{14}$ 이므로
옳은 것은 ㉠, ㉣ 두 개이다.

5. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 라고 할 때, 12 를 x, y 를 이용해 나타낸 것으로 옳은 것은?

- ① x^4y^3 ② x^4y^2 ③ x^7 ④ x^3y^3 ⑤ x^3y^4

해설

$$12 = \sqrt{144} = \sqrt{2^4 3^2} = \sqrt{2^4} \times \sqrt{3^2} = x^4 y^2$$

6. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{20} = 4.472$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{0.2} = 0.1414$

② $\sqrt{200} = 44.72$

③ $\sqrt{0.02} = 0.4472$

④ $\sqrt{2000} = 447.2$

⑤ $\sqrt{20000} = 141.4$

해설

① $\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{20}{100}} = \frac{\sqrt{20}}{10} = \frac{4.472}{10} = 0.4472$

② $\sqrt{200} = 10\sqrt{2} = 10 \times 1.414 = 14.14$

③ $\sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{1.414}{10} = 0.1414$

④ $\sqrt{2000} = \sqrt{20 \times 10^2} = 10\sqrt{20} = 10 \times 4.472 = 44.72$

⑤ $\sqrt{20000} = \sqrt{2 \times 100^2} = 100\sqrt{2} = 100 \times 1.414 = 141.4$

7. $x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = (x+a)(x+b)$ 이고, $a > 0$ 일 때, a 의 값은?

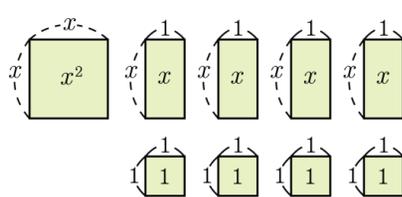
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$$x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

8. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이는?



- ① $x+1$ ② $x+2$ ③ $x+3$ ④ $x+4$ ⑤ $x+5$

해설

(넓이) = $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$
 따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x+2$ 이다.

9. 다음 중 $x^3 - 9x$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x + 3$

③ $x - 3$

④ x^2

⑤ $x(x - 3)$

해설

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 3^2) = x(x + 3)(x - 3)$$

10. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해 하는 과정이다. ()안에 들어갈 식이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3)+1 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+1)(\textcircled{2})+1 \\ &= (x^2+3x)(\textcircled{3})+1 \\ &(\textcircled{4})=A \text{라 하면} \\ &A^2+2A+1=(A+1)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

- ① $x+3$ ② $x+2$ ③ x^2+3x+2
④ x^2+3 ⑤ x^2+3x+1

해설

④ x^2+3x

11. $\sqrt{43-a} = 4$ 를 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 27$

해설

$$\sqrt{43-a} = \sqrt{16}, 43-a = 16, a = 27$$

12. 다음 4 개의 수 A, B, C, D 가 정수가 되는 수 중 가장 작은 자연수 (a, b, c, d) 의 값으로 다른 하나를 골라라.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{10+a} \\ B &= \sqrt{13+2b} \\ C &= \sqrt{3^2 \times 2 \times 5 \times c} \\ D &= \sqrt{7 \times (d+1)} \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: C 또는 c

해설

$$\begin{aligned} A: \sqrt{10+a} &= \sqrt{16} \quad \therefore a = 6 \\ B: \sqrt{13+2b} &= \sqrt{25} \quad \therefore b = 6 \\ C: \sqrt{3^2 \times 2 \times 5 \times c} &\quad \therefore c = 10 \\ D: \sqrt{7 \times (d+1)} &= \sqrt{49} \quad \therefore d = 6 \end{aligned}$$

13. 다음 중 가장 작은 수는?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ③ $\sqrt{0.6}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

해설

모두 양수이므로 각 수를 제곱하여 비교하면

① $\frac{4}{9}$

② $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

③ $(\sqrt{0.6})^2 = 0.6 = \frac{6}{9}$

④ $\frac{2}{9}$

⑤ $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$

14. $\sqrt{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5} &= \sqrt{20} > \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{이므로} \\ \sqrt{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2} \\ &= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

15. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
- ㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㉠,㉡

② ㉡,㉣

③ ㉠,㉢,㉣

④ ㉡,㉣,㉤

⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤

해설

- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

16. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- | | |
|-----------------------------------|--|
| ㉠ $4 - \sqrt{9} < -1$ | ㉡ $4\sqrt{5} + 1 > 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$ |
| ㉢ $-\sqrt{5} > -4$ | ㉣ $\sqrt{28} + 1 > 3 + 2\sqrt{7}$ |
| ㉤ $2\sqrt{3} - 2 < 3\sqrt{2} - 2$ | ㉥ $2 - \sqrt{2} > \sqrt{2}$ |

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ ② ㉡, ㉢, ㉤ ③ ㉠, ㉢, ㉤
 ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $4 - \sqrt{9} - (-1) = 5 - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 4 - \sqrt{9} > -1$
 ㉡ $4\sqrt{5} + 1 - (4\sqrt{5} + \sqrt{2})$
 $= 4\sqrt{5} + 1 - 4\sqrt{5} - \sqrt{2}$
 $= 1 - \sqrt{2} < 0$
 $\therefore 4\sqrt{5} + 1 < 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$
 ㉢ $-\sqrt{5} > -\sqrt{16}$
 $\therefore -\sqrt{5} > -4$
 ㉣ $\sqrt{28} + 1 - (3 + 2\sqrt{7})$
 $= \sqrt{28} + 1 - 3 - 2\sqrt{7}$
 $= -2 < 0$
 $\therefore \sqrt{28} + 1 < 3 + 2\sqrt{7}$
 ㉤ $2\sqrt{3} - 2 - (3\sqrt{2} - 2)$
 $= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \sqrt{12} - \sqrt{18} < 0$
 $\therefore 2\sqrt{3} - 2 < 3\sqrt{2} - 2$
 ㉥ $2 - \sqrt{2} - \sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{2} < 0$
 $\therefore 2 - \sqrt{2} < \sqrt{2}$

17. $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a\sqrt{6}$, $-\frac{20}{3\sqrt{5}} = b\sqrt{5}$ 일 때, $\sqrt{-ab}$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 3\sqrt{6} \therefore a = 3$$

$$\frac{20}{3\sqrt{5}} = -\frac{20 \times \sqrt{5}}{3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}} = -\frac{4\sqrt{5}}{3} \therefore b = -\frac{4}{3}$$

$$\sqrt{-ab} = \sqrt{-3 \times \left(-\frac{4}{3}\right)} = \sqrt{4} = 2$$

18. $\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b = \frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{6} - \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{3\sqrt{3}}{6} + \frac{2\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{6}$ 이므로 $a+b = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ 이다.

19. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 a , a 의 역수를 b 라고 할 때, $(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{1}{8}$

▷ 정답: $y = -\frac{1}{16}$

해설

$\sqrt{5}$ 의 소수부분 $a = \sqrt{5} - 2$ 이고,

a 의 역수 $b = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 이므로 분모를 유리화시키면 $b = \sqrt{5} + 2$

이다.

$(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 식에

$a = \sqrt{5} - 2, b = \sqrt{5} + 2$ 를 대입하면

$$(\sqrt{5}-2-1)x+2(\sqrt{5}+2+3)y+1=0$$

$$\text{정리하면 } (\sqrt{5}-3)x+2(\sqrt{5}+5)y+1=0,$$

$$\text{전개하면 } x\sqrt{5}-3x+2y\sqrt{5}+10y+1=0 \text{ 이다.}$$

(유리수) + (무리수) = 0 이므로

(유리수) = 0, (무리수) = 0 이 되어야 한다.

$$x\sqrt{5}+2y\sqrt{5}=0, -3x+10y+1=0 \text{ 이므로}$$

$$x+2y=0, -3x+10y=-1 \text{ 이다.}$$

두 식 $x+2y=0, -3x+10y=-1$ 을 연립하여 풀면 $y = -\frac{1}{16}$

이다.

또, $x+2y=0$ 에 $y = -\frac{1}{16}$ 을 대입하면 $x = \frac{1}{8}$ 이다.

20. $(2x - 3\sqrt{3})(x + a)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 $-\sqrt{3}$ 이면 상수항은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + 2ax - 3\sqrt{3}x - 3\sqrt{3}a \\ &= 2x^2 + (2a - 3\sqrt{3})x - 3\sqrt{3}a\end{aligned}$$

$$2a - 3\sqrt{3} = -\sqrt{3} \quad \therefore a = \sqrt{3}$$

$$-3\sqrt{3} \times a = -3\sqrt{3} \times \sqrt{3} = -9$$

21. 이차식을 인수분해하면 $x^2(y+4)^2 + 2x(y+4) - 8 = (xy + Ax + B)(xy + Cx + D)$ 일 때, $A + B + C + D$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$y + 4 = t$ 로 치환하면
 $x^2(y+4)^2 + 2x(y+4) - 8$
 $= x^2t^2 + 2xt - 8$
 $= (xt + 4)(xt - 2)$
 $= \{x(y+4) + 4\} \{x(y+4) - 2\}$
 $= (xy + 4x + 4)(xy + 4x - 2)$
따라서 $A = B = C = 4, D = -2$ 이므로 $A + B + C + D = 10$ 이다.

22. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)(x + y + 4)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b + c = 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 \\ &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2) \\ &= (x - (y - 2))(x + (y + 4)) \\ &= (x - y + 2)(x + y + 4) \\ &\therefore a = 1, b = -1, c = 2 \\ &\therefore a + b + c = 2 \end{aligned}$$

23. $99^2 - 1 = 100 \times 98$ 임을 설명하는데 가장 알맞은 인수분해 공식은?

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$$99^2 - 1 = 99^2 - 1^2 = (99 + 1)(99 - 1) = 100 \times 98$$

24. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\frac{49}{9}$	㉥ $\frac{81}{6}$

- ① ㉠, ㉡
 ② ㉡, ㉣
 ③ ㉡, ㉥
 ④ ㉠, ㉣, ㉥
 ⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
 ㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
 ㉣ (1.6의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6은 제곱수가 아니다.)
 ㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

25. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a+b$ 의 최솟값은?

- ① 33 ② 36 ③ 42 ④ 44 ⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$$a = 7 \times 2 \times 3 = 42 \text{ 일 때 최소}$$

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a+b = 42 + 36 = 78$$

26. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

- ① 32 ② 23 ③ 11 ④ 9 ⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$
$$\sqrt{80} = \sqrt{57+x} \text{ 이므로 } x = 23 \text{ 이다.}$$

27. $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(50)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(x)} &= \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{x - (x-1)}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{f(x)} = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$$

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 1 - 0 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ &\quad + \dots + \sqrt{50} - \sqrt{49} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

28. x 에 관한 이차식 $12x^2 + kx - 7$ 에 대하여 인수분해 한 결과 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 83

해설

$$(x+7)(12x-1) = 12x^2 + 83x - 7$$

29. $(x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2)$ 를 인수분해하면?

① $(x-2)(x-5)(x+2)$ ② $(x-2)(x+5)(x+2)$

③ $(x-2)(x-5)(x+3)$ ④ $(x-2)(x+5)(x-2)$

⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x-2 \text{ 로 치환하면} \\ (x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2) \\ &= Ax^2 - 3Ax - 10A \\ &= A(x^2 - 3x - 10) \\ &= A(x-5)(x+2) \\ &= (x-2)(x-5)(x+2) \end{aligned}$$

30. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^3 - x^2 + 2x - 2 = (x - 1)(x^2 + 2)$

② $xy - x - y + 1 = (x - 1)(y - 1)$

③ $xy - 2x + y - 2 = (x + 1)(y - 2)$

④ $x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x + 2)(x - 2)$

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (1 - a)(1 + b)$

해설

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (a - 1)(b + 1)$

32. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

- ① -15 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x - a &= (2x + 3)(bx + c) \\ &= 2bx^2 + (3b + 2c)x + 3c \end{aligned}$$

$$2b = 4, \quad b = 2$$

$$2c + 3b = -4, \quad c = -5$$

$$-a = 3c = -15, \quad a = 15$$

33. 자연수 a, b, c 에 대하여 $abc + ab + bc + ca + a + b + c = 69$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $abc = 24$

해설

$$\begin{aligned} abc + ab + bc + ca + a + b + c &= 69 \\ ab(c+1) + b(c+1) + a(c+1) + c &= 69 \\ ab(c+1) + b(c+1) + a(c+1) + c + 1 &= 70 \\ (c+1)(ab + a + b + 1) &= 70 \\ (a+1)(b+1)(c+1) &= 70 \\ a, b, c \text{ 는 자연수이고 } 70 &= 2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로} \\ a+1 = 2, a &= 1 \\ b+1 = 5, b &= 4 \\ c+1 = 7, c &= 6 \\ \therefore abc &= 24 \end{aligned}$$