

1. $a^2 \times b^x \times a^y \times b^3 = a^6 b^8$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$a^2 \times b^x \times a^y \times b^3 = a^{2+y} b^{x+3} = a^6 b^8$$

$$2 + y = 6, x + 3 = 8$$

$x = 5, y = 4$ 이므로 $x + y = 9$ 이다.

2. $2^3 \times 32 = 2^{\square}$ 일 때, 안에 알맞은 수는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$32 = 2^5$ 이므로 $2^3 \times 2^5 = 2^8$

3. n 이 자연수일 때, $(-1)^{2n+1} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n-1}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$2n+1$, $2n-1$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수 이다.

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= (-1)^{2n+1+2n+2n-1} \\ &= (-1)^{6n} = 1 (\because n \text{은 자연수})\end{aligned}$$

4. $x^4 \times y^a \times x^b \times y^5 = x^{10}y^8$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^{4+b} \times y^{a+5} \\ &= x^{10}y^8\end{aligned}$$

$$4 + b = 10, \quad b = 6$$

$$a + 5 = 8, \quad a = 3$$

$$\therefore a + b = 9$$

5. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$

② $a^2 \times (b^3)^2 = a^2 \times b^{3+2} = a^2b^5$

③ $(a^3)^2 \times (b^3) = a^6b^3$

④ $(a^2)^2 \times (a^3)^2 = a^{2+2} \times a^{3+2} = a^4 \times a^5 = a^{4 \times 5} = a^{20}$

⑤ $(x^3)^2 \times (y^2)^3 = x^6y^6$

해설

① $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$

② $a^2 \times (b^3)^2 = a^2 \times b^{3 \times 2} = a^2b^6$

③ $(a^3)^2 \times (b^3) = a^6b^3$

④ $(a^2)^2 \times (a^3)^2 = a^{2 \times 2} \times a^{3 \times 2} = a^4 \times a^6 = a^{4+6} = a^{10}$

⑤ $(x^3)^2 \times (y^2)^3 = x^6y^6$

7. $2^{15} = 8^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{15} = (2^3)^x = 2^{3x}$$

$$3x = 15$$

$$\therefore x = 5$$

8. $2^5 = a$ 일 때, 4^{11} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① a^4

② $2a^4$

③ $3a^4$

④ $4a^4$

⑤ $5a^4$

해설

$$\begin{aligned} 4^{11} &= (2^2)^{11} = 2^{22} \\ &= (2^5)^4 \times 2^2 \\ &= a^4 \times 2^2 = 4a^4 \end{aligned}$$

9. $x^7 \div \square \div x = x^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① x^3

② x^4

③ x^5

④ x^6

⑤ x^7

해설

$\square$ 를 x^a 라고 하면 $7 - a - 1 = 2$, $a = 4$ 이다.

10. 다음 중 $a^{12} \div a^2 \div a^4$ 과 계산 결과가 같은 것은?

① $a^{12} \div (a^8 \div a^4)$

② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2$

③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2$

④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4)$

⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2$

해설

$a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$ ㅇ]다.

① $a^{12} \div (a^8 \div a^4) = a^{12} \div (a^{8-4}) = a^{12} \div a^4 = a^8$

② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2 = a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$

③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2 = a^{12-8-2} = a^2$

④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4) = a^{12} \div (a^{2-4}) = a^{12} \div a^{-2} = a^{12-(-2)} = a^{14}$

⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2 = a^{12-5-2} = a^5$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(a^2b^2)^2 = a^4b^4$

② $(a^3b)^2 = a^6b^2$

③ $\left(\frac{a^3b}{b^2}\right)^3 = \left(\frac{a^9}{b^3}\right)$

④ $(-2a)^4 = -16a^4$

⑤ $\left(\frac{-2}{a^2}\right)^3 = -\frac{8}{a^6}$

해설

① $(a^2b^2)^2 = a^{2 \times 2}b^{2 \times 2} = a^4b^4$

② $(a^3b)^2 = a^{3 \times 2}b^2 = a^6b^2$

③ $\left(\frac{a^3b}{b^2}\right)^3 = \left(\frac{a^{3 \times 3}b^3}{b^6}\right) = \left(\frac{a^9}{b^3}\right)$

④ $(-2a)^4 = 16a^4$

⑤ $\left(\frac{-2}{a^2}\right)^3 = -\frac{8}{a^6}$

12. $\left(\frac{xy^b}{x^ay^3}\right)^3 = \frac{y^9}{x^3}$ 에서 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\left(\frac{xy^b}{x^ay^3}\right)^3 = \frac{x^3y^{3b}}{x^{3a}y^9} = \frac{y^9}{x^3}$$

$$3a = 6 \quad \therefore a = 2$$

$$3b = 18 \quad \therefore b = 6$$

$$\therefore a + b = 8$$

13. $\left(\frac{x^a y^4}{x^2 y^b}\right)^6 = \frac{y^6}{x^6}$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -3

해설

$$\frac{x^{6a}y^{24}}{x^{12}y^{6b}} = \frac{y^6}{x^6}$$

$$\therefore 24 - 6b = 6, 12 - 6a = 6$$

$$a = 1$$

$$b = 3$$

$$\therefore b - a = 2$$

14. 다음과 같이 6개의 식이 있다. 다음 식들 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

㉠ $\frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3}$	㉡ $\frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2$	㉢ $\left\{\frac{1}{3}(a^2b)^2\right\}^2$
㉣ $\left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3}$	㉤ $\frac{a}{9} \times \left(\frac{ab^2}{3}\right)^2$	㉥ $\frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\textcircled{㉠} \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2 = \frac{a^3b^2}{27}$$

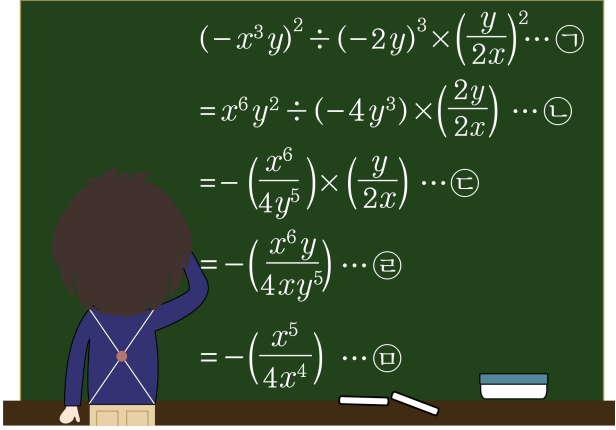
$$\textcircled{㉢} \left(\frac{1}{3}a^4b^2\right)^2 = \frac{a^8b^4}{9}$$

$$\textcircled{㉣} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{a}{9} \times \frac{a^2b^4}{9} = \frac{a^3b^4}{81}$$

$$\textcircled{㉥} \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 = \frac{a^2b^3}{27}$$

15. 진수는 칠판에 적힌 $(-x^3y)^2 \div (-2y)^3 \times \left(\frac{y}{2x}\right)^2$ 을 풀어보았을 때, 다음 중 처음으로 틀린 곳을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$$\begin{aligned} & (-x^3y)^2 \div (-2y)^3 \times \left(\frac{y}{2x}\right)^2 \\ &= x^6y^2 \div (-8y^3) \times \frac{y^2}{4x^2} \\ &= -\frac{x^6}{8y} \times \frac{y^2}{4x^2} \\ &= -\frac{x^4y}{32} \end{aligned}$$

이다. 처음으로 틀린 곳은 ㉡이다.

16. n 이 자연수 일 때,
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) n 이 홀수 일 때 :
 $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수이므로
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$
 $= -1 + 1 + (-1)(-1) + 1$
 $= 2$
ii) n 이 짝수 일 때 :
 $n+1$ 은 홀수, $n+2$ 은 짝수, $2n$ 은 짝수이므로
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$
 $= 1 + (-1) + 1 \cdot 1 + 1$
 $= 2$
 $\therefore 2$

17. 3^3 을 81번 더하여 얻은 값을 3의 거듭제곱으로 나타낸 것은?

① $3^3 + 81$

② 3×81

③ 3^7

④ $(3^3)^2$

⑤ $(3^3)^{25}$

해설

$$3^3 \times 81 = 3^3 \times 3^4 = 3^7$$

18. $a = 25^x$ 일 때, 625^x 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

- ① a ② a^2 ③ a^3 ④ a^4 ⑤ a^5

해설

$$\begin{aligned} a &= 25^x = (5^2)^x = 5^{2x}, \\ 625^x &= (5^4)^x = 5^{4x} = (5^{2x})^2 = a^2 \end{aligned}$$

19. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4} \right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\ &= \frac{3}{4}a \end{aligned}$$

20. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$
따라서 10 자리의 수이다.

21. $\frac{2^{10} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 a 자리의 수이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\frac{2^{10} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} = 2^{10} \times 5^{10} = 10^{10}$$

$$\therefore a = 11$$

22. $4^{4x+2} = 8^{2x+4}$ 일 때, x 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(2^2)^{4x+2} = (2^3)^{2x+4}$$

$$2^{8x+4} = 2^{6x+12}$$

$$8x + 4 = 6x + 12$$

$$\therefore x = 4$$

23. $2^5 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^5$ 을 간단히 하면?

- ① 6^8 ② 6^5 ③ 6^{15} ④ 23^{15} ⑤ 23^8

해설

$$2^5 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^5 = 2^8 \times 3^8 = 6^8$$

24. $x_1 = 97$, $x_2 = \frac{2}{x_1}$, $x_3 = \frac{3}{x_2}$, $x_4 = \frac{4}{x_3}$, $\dots$, $x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

25. 다음 식을 간단히 한 것 중 옳지 않은 것은?

① $(-x^2y^3)^2 \div \left(\frac{1}{3}xy\right)^2 = 9x^2y^4$

② $(-2x^2y)^3 \times (2xy)^2 = 32x^8y^5$

③ $-4(x^2)^2 \div 2x^4 = -2$

④ $2x^3 \times (-3x^2) = -6x^5$

⑤ $16x^2y \div 2xy \times 4x = 32x^2$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{2} \quad (-2x^2y)^3 \times (2xy)^2 &= -8x^6y^3 \times 4x^2y^2 \\ &= -32x^8y^5\end{aligned}$$

26. $-(-3x^2y^a)^4 \div (-\square x^a y^2)^2 = -x^2 y^8$ 이 성립할 때, $\square$ 안에 들어갈 수의 합은?

① 10

② 12

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} -(-3x^2y^a)^4 \div (-\square x^a y^2)^2 &= \frac{-(3^4 x^8 y^{4a})}{\square^2 x^{2a} y^4} \\ &= -x^2 y^8 \end{aligned}$$

이므로 $\square$ 안에 들어갈 수는 각각 3, 9, 3이다.
따라서 합은 15 이다.

27. 부피가 $100\pi a^3b$ 인 원기둥의 밑면은 지름이 $10a$ 인 원이다. 이 원기둥의 높이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4ab$

해설

$$\begin{aligned}\pi \times 5a \times 5a \times (\frac{\text{높이}}{2}) &= 100\pi a^3b \\ (\frac{\text{높이}}{2}) &= 100\pi a^3b \div 5a \div 5a \div \pi = 4ab\end{aligned}$$

28. 가로 길이가 $(2a)^3$, 높이가 $5ab$, 직육면체의 부피가 $80a^5b^2$ 일 때, 세로의 길이는?

① $2ab$ ② $20ab$ ③ $8ab$ ④ $2a^2b$ ⑤ $8a^2b$

해설

$$(2a)^3 \times (\text{세로의 길이}) \times 5ab = 80a^5b^2$$

$$\begin{aligned} (\text{세로의 길이}) &= 80a^5b^2 \div (2a)^3 \div 5ab \\ &= 80a^5b^2 \div 8a^3 \div 5ab = 2ab \end{aligned}$$

29. 다음 식을 간단히 하면?

$$(ab^2)^2 \times a^2b \div (ab)^2$$

① ab^2

② ab^3

③ a^2b^2

④ a^2b^3

⑤ a^3b^3

해설

$$(ab^2)^2 \times a^2b \div (ab)^2 = a^2b^4 \times a^2b \times \frac{1}{a^2b^2} = a^2b^3$$

30. $\left(\frac{2y}{x}\right)^2 \times x^2y \div \left(-\frac{3}{x}\right) = ax^by^c$ (a, b, c 는 상수) 일 때, abc 의 값은?

① $-\frac{2}{3}$

② -4

③ 0

④ $\frac{8}{3}$

⑤ 4

해설

$$\frac{4y^2}{x^2} \times x^2y \times \left(-\frac{x}{3}\right) = -\frac{4}{3}xy^3 = ax^by^c$$

$$\therefore a = -\frac{4}{3}, b = 1, c = 3$$

$$\therefore abc = -4$$

31. 다음 $(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 = x^3y^2$ 에서 자연수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & (x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 \\ &= x^{3a}y^a \times x^{3b}y^{2b} \times \frac{1}{x^6y^2} \\ & x^{3a+3b-6}y^{a+2b-2} = x^3y^2 \\ & 3a+3b-6=3 \\ & \therefore a+b=3 \\ & a+2b-2=2 \\ & \therefore a+2b=4 \\ & \therefore a=2, b=1 \end{aligned}$$

32. $-4ab \times \square = 12a^3b^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식을 고르면?

① $-3a^2b$

② $-3ab^2$

③ $-a^2b$

④ a^2b

⑤ $3a^2b$

해설

$$\square = \frac{12a^3b^2}{-4ab} = -3a^2b$$

33. $\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{ \left(-\frac{y^2}{6x} \right)^2 \times 8 \left(\frac{-3x^2}{y^2} \right)^2 \right\} = \frac{y^3}{14}$ 일 때, $\square$ 안에

알맞은 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$$\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{ \left(-\frac{y^2}{6x} \right)^2 \times 8 \left(\frac{-3x^2}{y^2} \right)^2 \right\} = \frac{y^3}{14}$$

$$\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{ \left(\frac{y^4}{36x^2} \right) \times \left(\frac{72x^4}{y^4} \right) \right\} = \frac{y^3}{14}$$

$$\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \times \frac{1}{2x^2} = \frac{y^3}{14}$$

$$\square \times \frac{4x^2y^3}{7} \times \frac{1}{2x^2} = \frac{y^3}{14}$$

$$\square \times \frac{2y^3}{7} = \frac{y^3}{14}$$

$$\therefore \square = \frac{y^3}{14} \times \frac{7}{2y^3} = \frac{1}{4}$$

34. 세 수 a, b, c 에 대하여 $\langle a, b, c \rangle = a^4b^3c^2 \div \frac{a^4b^2c^3}{4}$ 이라고 정의할 때, $\langle p, 7, 2 \rangle + \langle q, 6, 4 \rangle$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$a^4b^3c^2 \div \frac{a^4b^2c^3}{4} = a^4b^3c^2 \times \frac{4}{a^4b^2c^3} = \frac{4b}{c}$$

이므로 $\langle a, b, c \rangle = \frac{4b}{c}$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore \langle p, 7, 2 \rangle + \langle q, 6, 4 \rangle &= \frac{4 \times 7}{2} + \frac{4 \times 6}{4} \\ &= 14 + 6 = 20 \end{aligned}$$