1. 복소수 $\frac{3+i}{1+i}+\frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{3+i}{1+i}+\frac{a-i}{1-i}=\frac{(3+i)(1-i)+(1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)}$$
$$=\frac{4-2i+(a+1)+(a-1)i}{2}$$
$$=\frac{a+5+(a-3)i}{2}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$

$\therefore\ a=3$

2. 등식 $(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi)=8-2i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

$(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi)=8-2i$ 에서 $4x+4yi=8-2i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$4x=8$, $4y=-2$

$\therefore\ x=2,\ y=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ xy=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$

3. 방정식 $|x+5|=1$를 만족하는 x의 값들의 합은?

① -9　② -10　③ -11　④ -12　⑤ -13

해설

$|x+5|=1$

$\Rightarrow\ x+5=1$ 또는 $x+5=-1$

$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=-6$

4. $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \dfrac{5 \pm 1}{2}$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 3$

5. 이차방정식 $5x^2-6x+a-5=0$이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a의 최솟값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$D' = 9-5(a-5) = -5a+34 < 0$

$\therefore a > \frac{34}{5}$

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이
$x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가지므로
$y = a(x-2)^2 + 5 = ax^2 - 4ax + 4a + 5$
위의 식이 $y = ax^2 + bx - 3$ 과 일치하므로
$-4a = b,\ 4a + 5 = -3$
$\therefore a = -2,\ b = 8$
$\therefore a + b = 6$

7. $a < b$일 때, □안의 등호가 알맞은 것을 모두 고르면?

㉠ $a+2$ $\boxed{<}$ $b+2$	㉡ $-a-4$ $\boxed{>}$ $-b-4$
㉢ $\frac{1}{2}a+3$ $\boxed{>}$ $\frac{1}{2}b+3$	㉣ $-\frac{a}{3}$ $\boxed{<}$ $-\frac{b}{3}$

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉢ 부등식의 양변에 양수를 곱하거나 같은 수를 더하더라도 부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{1}{2}a+3 < \frac{1}{2}b+3$

㉣ 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

8. $x = 1998,\ y = 4331$ 일 때, $\dfrac{x+yi}{y-xi}+\dfrac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

① 0　　② 1　　③ -1　　④ i　　⑤ $-i$

해설

$\dfrac{x+yi}{y-xi}+\dfrac{y-xi}{x+yi}$

$=\dfrac{(x+yi)^2+(y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)}$

$=\dfrac{x^2+2xyi-y^2+y^2-2xyi-x^2}{(y-xi)(x+yi)}=0$

9. x에 대한 이차방정식 $(m+3)x^2-4mx+2m-1=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 m의 값의 합은?

① $-\frac{5}{2}$　② $-\frac{3}{2}$　③ 0　④ $\frac{3}{2}$　⑤ $\frac{5}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면 중근을 가질 조건은 $D=0$이므로

$\frac{D}{4}=(-2m)^2-(m+3)(2m-1)=0$

$4m^2-(2m^2+5m-3)=0$

$2m^2-5m+3=0$

$(m-1)(2m-3)=0$

$\therefore m=1$ 또는 $\frac{3}{2}$

$\therefore 1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$

10. 함수 $y=-x^2-2x+5\ (-2\le x\le 2)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 을 구하여라.

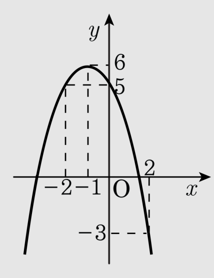
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y=-x^2-2x+5=-\left(x^2+2x+1-1\right)+5=-(x+1)^2+6$

점$(-1,6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.



$f(-2)=5, f(2)=-3$
따라서 최댓값은 $x=-1$ 일 때 $f(-1)=6$ 이며
최솟값은 $x=2$ 일 때 $f(2)=-3$ 이다.
$\therefore\ M+m=6-3=3$

11. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$$x^3 - 13x + 12 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -13 & 12 \\ & & 1 & 1 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & \multicolumn{1}{|r}{0} \end{array}$$

$f(x) = x^3 - 13x + 12$라고 하면 $f(1) = 0$이므로

$(x - 1)(x^2 + x - 12) = 0$

$(x - 1)(x + 4)(x - 3) = 0$

$\therefore\ x = -4$또는 $x = 1$또는 $x = 3$

$\therefore\ -4 + 1 + 3 = 0$

12. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$에서
$x^2 = t$로 놓으면
$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$
$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$일 때, $x^2 = 4$
$\therefore\ x = \pm 2$
(ii) $t = 9$일 때, $x^2 = 9$
$\therefore\ x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

13. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{2-y}{3} = \dfrac{z+3}{5} \\ x+2y+3z=7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

▷ 정답 : $y=-1$

▷ 정답 : $z=2$

해설

$\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{2-y}{3}$ 에서

$3x+2y=7 \quad \cdots\cdots ㉠$

$\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{z+3}{5}$ 에서

$5x-2z=11 \quad \cdots\cdots ㉡$

$x+2y+3z=7 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉠ − ㉢을 하면 $2x-3z=0 \quad \cdots\cdots ㉣$

㉡ × 3 − ㉣ × 2를 하면 $11x=33$

$\therefore\ x=3$ 이것을 ㉠, ㉡에 대입하면

$y=-1,\ z=2$

14. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2y+3z=-2 & \cdots\cdots ㉡ \\ 3z+x=-5 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$ 를 풀면 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 이다.
이때, $\alpha\beta\gamma$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

주어진 세 식을 변변끼리 더하면
$2(x+2y+3z)=-2$,즉 $x+2y+3z=-1$ $\cdots\cdots ㉣$
㉣ − ㉡을 하면 $x=1$
㉣ − ㉢을 하면 $y=2$
㉣ − ㉠을 하면 $z=-2$
$\therefore\ \alpha\beta\gamma=xyz=-4$

15. 연립방정식 $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 의 해를

$x = \alpha$,$y = \beta$라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$\begin{cases} y = x + 1 & \cdots ㉠ \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2 + (x+1)^2 = 5$, $2x^2 + 2x - 4 = 0$,

$2(x+2)(x-1) = 0$

$\therefore\ x = 1,\ -2$

$x = 1$일 때, $y = 2$,

$x = -2$일 때, $y = -1$

$\therefore\ \alpha = 1, \beta = 2$ 또는 $\alpha = -2$, $\beta = -1$

$\therefore\ \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$

16. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$　② 4　③ $-3\sqrt{2}$
④ -4　⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서
$(x-y)(x-2y) = 0$ $\therefore x = y$ 또는 $x = 2y$
ⅰ) $x = y$ 일 때
$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$
$x = \pm 2,\ y = \pm 2$
ⅱ) $x = 2y$ 일 때
$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$
$y = \pm\sqrt{2},\ \ x = \pm 2\sqrt{2}$
$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

17. 모든 실수 x, y에 대하여 $x^2+pxy+qy^2 \geq 0$이 항상 성립하려면 다음 중 어떤 조건을 만족해야 하는가?

① $p < q$ ② $p^2 \leq q$ ③ $p \leq q^2$

④ $p^2 \leq 4q$ ⑤ $p^2 \geq 4q^2$

해설

모든 실수 x, y에 대하여 $x^2+pxy+qy^2 \geq 0$이 항상 성립하려면 x에 대한 이차방정식 $x^2+pxy+qy^2=0$의 판별식을 D라 할 때

$D=(py)^2-4qy^2 \leq 0$

$(p^2-4q)y^2 \leq 0 \cdots ㉠$

㉠이 모든 실수 y에 대하여 성립하려면

$p^2-4q \leq 0$이어야 한다.

$\therefore p^2 \leq 4q$

18. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, a의 값을 구하여라.(단, a는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$(x + 4)(x - 2) < 0$

$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$

$\therefore a = -8$

19. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \le 0 \\ x^2 + 2x + 2 \ge 0 \end{cases}$$

▶ 답：

▷ 정답： $x = 1$

해설

$x^2 - 2x + 1 \le 0 \rightarrow (x-1)^2 \le 0$

$(x-1)^2$은 항상 0 이상이므로

만족하는 해는 $x = 1$이 유일

$x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1 > 0$

$\rightarrow (x+1)^2 + 1 \ge 1$

$\therefore$ 모든 실수

$\therefore x = 1$

20. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 1$ 의 그래프는 x축과 만나고, 이차함수 $y = -x^2 + kx + 2k$ 의 그래프는 x축과 만나지 않는다. 이때, 정수 k 의 개수는?

① 5 개　② 6 개　③ 7 개　④ 8 개　⑤ 9 개

해설

이차함수 $y = x^2 + 2kx + 1$ 의 그래프는
x축과 만나므로
$x^2 + 2kx + 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 할 때,
$\frac{D_1}{4} = k^2 - 1 \geq 0, \quad (k+1)(k-1) \geq 0$
$\therefore \ k \leq -1$ 또는 $k \geq 1 \cdots$ ㉠
또, 이차함수 $y = -x^2 + kx + 2k$ 의 그래프는
x축과 만나지 않으므로
$-x^2 + kx + 2k = 0$ 의 판별식을 D_2 라 할 때,
$D_2 = k^2 + 8k < 0, \quad k(k+8) < 0$
$\therefore \ -8 < k < 0 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통범위를 구하면 $-8 < k \leq -1$
따라서 정수 k 는 $-7, \ -6, \ \cdots, -2, \ -1$ 의 7 개이다.

21. 직선 $y = mx + 1$ 은 이차함수 $y = x^2 + 3x + 1$ 과 서로 다른 두 점에서 만나고, $y = x^2 + 2x + 2$ 와는 만나지 않는다. 이 때, m 의 범위를 구하면?

① $m < 3$ 또는 $m > 4$

② $0 < m < 3, 3 < m < 4$

③ $3 < m < 4$

④ $0 < m < 4$

⑤ $m \neq 3, m > 4$

해설

$mx + 1 = y$ 와 $y = x^2 + 2x + 2$ 는
서로 만나지 않으므로 $mx + 1 = x^2 + 2x + 2$
$x^2 - (m - 2)x + 1 = 0$
$D < 0 : (m - 2)^2 - 4 < 0$
$0 < m < 4$
$y = mx + 1$ 과 $y = x^2 + 3x + 1$ 은
서로 다른 두점에서 만난다.
$x^2 + (3 - m)x = 0$ 이고 $D = (3 - m)^2$ 이므로
$m = 3$ 에서 $D = 0$ 이 되어서
한점에서 중근을 가지므로 $m \neq 3$
$\therefore\ 0 < m < 3,\ \ 3 < m < 4$

22. 삼차방정식 $x^3 - px + 2 = 0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\frac{\beta+\gamma}{\alpha} + \frac{\gamma+\alpha}{\beta} + \frac{\alpha+\beta}{\gamma}$의 값은?

① $-p$ ② p ③ 0 ④ 3 ⑤ -3

해설

$\alpha+\beta+\gamma = 0$이므로 주어진 식은 $\frac{-\alpha}{\alpha} + \frac{-\beta}{\beta} + \frac{-\gamma}{\gamma} = -3$이 된다.

23. α, β를 방정식 $x^3=1$의 두 허근이라 할 때, $\left(\dfrac{1}{\alpha}+1\right)^{10}+(\beta^2+1)^{10}$의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^3-1=0$, $(x-1)(x^2+x+1)=0$의
두 허근이 α,β라면,
$x^2+x+1=0$의 두 허근이 α,β이다.
$\alpha+\beta=-1,\ \alpha\beta=1$
$\alpha^2+\alpha+1=0$, $\alpha+1+\dfrac{1}{\alpha}=0$,
$\dfrac{1}{\alpha}+1=-\alpha$
$\beta^2+\beta+1=0$,
$\beta^2+1=-\beta$
$\alpha^3=1, \beta^3=1$
$\left(\dfrac{1}{\alpha}+1\right)^{10}+(\beta^2+1)^{10}$
$=(-\alpha)^{10}+(-\beta)^{10}$
$=\alpha^{10}+\beta^{10}$
$=(\alpha^3)^3\alpha+(\beta^3)^3\beta$
$=\alpha+\beta=-1$

24. 방정식 $2xy-4x-y=4$를 만족하는 양의 정수 x, y를 구하면 $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\beta \end{cases}$,

$\begin{cases} x=\gamma \\ y=\delta \end{cases}$ 이다.

$\alpha+\beta+\gamma+\delta$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

주어진 식을 변형하면 $(2x-1)(y-2)=6$
조건에서 x, y가 양의 정수이므로
$2x-1$, $y-2$도 각각 정수이고 특히 $2x-1$은 양의 홀수이다.

$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

$\therefore\ \alpha+\beta+\gamma+\delta=15$

25. $0 \le x + 2y \le 1,\ 0 \le -x + y \le 1$일 때 $2x + 3y$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 ?

① 0　　② 1　　③ 3　　④ 4　　⑤ 6

해설

$$\begin{array}{rl} & 0 \le x + 2y \le 1 \\ +) & \underline{0 \le -x + y \le 1} \\ & 0 \le\ 3y\ \le 2 \cdots\cdots ㉠ \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & 0 \le\ x + 2y \le 1 \\ -) & \underline{0 \le -2x + 2y \le 2} \\ & -2 \le 3x \le 1 \rightarrow -\frac{2}{3} \le x \le \frac{1}{3} \cdots\cdots ㉡ \end{array}$$

㉠ + ㉡ × 2하면

$$\begin{array}{rl} & 0 \le 3y \le 2 \\ +) & \underline{-\frac{4}{3} \le 2x \le \frac{2}{3}} \end{array}$$

$\therefore -\frac{4}{3} \le 3y + 2x \le \frac{8}{3}$

$\therefore$ 최댓값− 최솟값$= \frac{8}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4$

26. 부등식 $x^2-2x-2<2|x-1|$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\beta-\alpha$의 값은?

① 0　② -2　③ 2　④ 6　⑤ -6

해설

$x^2-2x-2<2|x-1|$에서 구간을 나누어 해를 구한다.

(ⅰ) $x\ge 1$일 때, $x^2-2x-2<2(x-1)$

$x^2-4x<0,\ x(x-4)<0,\ 0<x<4$

공통범위는 $1\le x<4$

(ⅱ) $x<1$일 때, $x^2-2x-2<-2(x-1)$

$x^2-4<0,\ -2<x<2$

공통범위는 $-2<x<1$

ⅰ + ⅱ : $-2<x<4 \Leftrightarrow \alpha<x<\beta$

$\therefore \beta-\alpha=4-(-2)=6$

27. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$
② $-3\ m < 1$
③ $-1 < m < 3$
④ $m < -1$또는$m > 1$
⑤ $m < -1$또는$m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서
$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$
이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0$ 에서
$(m+1)(m-3) < 0$
$\therefore -1 < m < 3$

28. 정수 n에 대해 $z = i^n + i^{-n}, i = \sqrt{-1}$을 만족하는 z의 개수는?

① 1개　　② 2개　　③ 3개

④ 4개　　⑤ 4개보다 많다.

해설

정수 n 에 대하여 $i^n = i$ 또는 -1 또는 $-i$ 또는 1,
$i^n = i$ 이면 $i^{-n} = -i$, $i^n = -1$ 이면
$i^{-n} = -1$, $i^n = -i$ 이면
$i^{-n} = i$, $i^n = 1$ 이면
$i^{-n} = 1$
$\therefore\ i^n + i^{-n} = 0, -2, 0, 2$
$\therefore\ z$는 3개다.

29. $z=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여 $z^{2005}+\bar{z}^{2005}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② -1 ③ $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

④ 1 ⑤ $\sqrt{3}i$

해설

$z=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$, $\bar{z}=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$2z+1=\sqrt{3}i$ 에서 양변을 제곱해서 정리하면

$z^2+z+1=0$, $(z-1)(z^2+z+1)=0$

$\therefore z^3=1,\ \bar{z}^3=1$

$$\begin{aligned} z^{2005}+\bar{z}^{2005} &= (z^3)^{668}\cdot z+(\bar{z}^3)^{668}\cdot\bar{z} \\ &= z+\bar{z} \\ &= -1 \end{aligned}$$

30. $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{c}{b}}$, $|a+b| > |c|$인 a, b, c에 대하여 $\sqrt{(a+b+c)^2} - |a+b| - \sqrt{c^2}$의 값은?

① $2a$　② $2b$　③ $-2c$　④ $-2a$　⑤ $-3b$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로, $a \le 0$, $b \le 0$

$\dfrac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{c}{b}}$ 이므로, $b < 0$, $c \ge 0$

$|a+b| > |c|$ 이므로, $-(a+b) > 0$

$\therefore\ a+b+c < 0$

$$\begin{aligned}\therefore(\text{주어진 식}) &= |a+b+c| - |a+b| - |c| \\ &= -(a+b+c) + (a+b) - c \\ &= -2c\end{aligned}$$

31. $x^2 - xy - 6y^2 + x + 7y + k$가 x, y에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되도록 상수 k의 값을 정하면?

① -2 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

x에 관해 식을 정리하면

$f(x) = x^2 + (1-y)x + (-6y^2 + 7y + k)$

$f(x)$가 두개의 일차식으로 인수분해 되려면

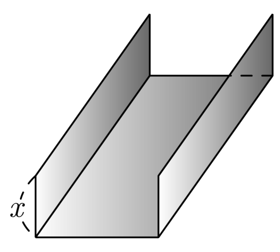
$D = (1-y)^2 - 4(-6y^2 + 7y + k)$가 완전제곱식이어야 한다.

$D = 25y^2 - 30y + (1-4k)$에서

$\frac{D}{4} = (-15)^2 - 25(1-4k) = 0$

$\therefore\ k = -2$

32. 다음 그림과 같이 폭이 20 cm 인 양철판을 구부려서 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대일 때, x의 값은?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

단면의 세로의 길이를 x cm 라 하면
가로의 길이는 $(20-2x)$ cm
단면의 넓이를 S m^2 라 하면
$S = x(20-2x) = -2x^2+20x$
$= -2(x-5)^2+50$ $(0 < x < 10)$
따라서 $x = 5$(cm) 일 때,
S 는 최댓값 50 m^2 를 갖는다.

33. x보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를 $[x]$, x보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를 (x)로 나타낼 때, 방정식 $[x]+(x)=7$을 만족하는 x의 값을 모두 구하면?

① $\frac{7}{2}$　② $3 \le x \le 4$　③ $3 \le x < 4$
④ $3 < x \le 4$　⑤ $3 < x < 4$

해설

$$[x] = \begin{cases} k \ (x\text{가 정수 } k\text{일 때}) \\ k \ (k < x < k+1\text{일 때}) \end{cases}$$

$$(x) = \begin{cases} k \quad (x\text{가 정수 } k\text{일 때}) \\ k+1 \ (k < x < k+1\text{일 때}) \end{cases}$$

따라서, $[x]+(x)=7$ 이고
$[x]$, (x) 는 정수이므로
$[x]=3,\ (x)=4\ (\because\ [x] \le (x))$
$\therefore\ 3 < x < 4$