

1. 두 점 $(0, 0), (4, -3)$ 사이의 거리를 구하면?

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

$$\sqrt{(4-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

2. 두 점 A (1, -5), B (6, 5)를 잇는 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점 P (x, y)의 좌표는?
- ① (3, -1)

② (3, 2)

③ (1, 3)

④ (2, 2)

⑤ (2, 1)

해설

공식에 의하여
 $\left(\frac{2 \times 6 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 5 + 3 \times (-5)}{2 + 3}\right)$
= (3, -1)

3. 세 점 A(2, a), B(3, 4), C(b , -2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표가 (1, 2)일 때, $a - b$ 는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

세 점 A(2, a), B(3, 4), C(b , -2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (1, 2)이므로,

$$\frac{2+3+b}{3} = 1 \text{에서 } b = -2$$

$$\frac{a+4-2}{3} = 2 \text{에서 } a = 4$$

$$\therefore a - b = 6$$

4. 네 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(4,0)$, $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{4}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

5. 수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{AB}$ 는 5이고 점 $C(a + b)$ 의 좌표를 -1 이라 할 때, 점 $D(a - b)$ 의 좌표는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

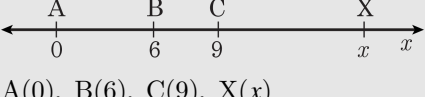
해설

$a > b$ 일때, $A(a), B(b)$ 사이의 거리는 $a - b$ 이므로, $a - b = 5$
따라서 $D(a - b)$ 의 좌표는 5

6. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는 6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?
- ① 6km ② 9km ③ 12km
- ④ 15km ⑤ 18km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X 라 하면



A(0), B(6), C(9), X(x)
A마을과 X마을 사이의 거리는
C마을과 X마을 사이의 거리의 2배이므로
 $|x - 0| = 2|x - 9|$
곧, $|x| = 2|x - 9|$
 $\therefore 2(x - 9) = \pm x$
 $\therefore x = 6$ 또는 $x = 18$
여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.
따라서 $x = 18$
이 때, X마을과 B마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12(\text{km})$

7. 두 점 A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점Q의 좌표를 구하면?

- ① P(2.4, -1), Q(0, 6) ② P(3.6, 0), Q(-1, 6)
③ P(3.6, 0), Q(0, 6) ④ P(2.4, 0), Q(0, 5)
⑤ P(3.6, 0), Q(-1, 2)

해설

A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 P(x , 0) 과 Q(0, y)
를 구해야 하므로 $\overline{AP} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{(x+1)^2+2^2} = \sqrt{(x-4)^2+5^2}$

양변을 정리하면 $10x = 36 \therefore x = 3.6 \therefore P(3.6, 0)$

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{1^2+(y-2)^2} = \sqrt{4^2+(y-5)^2}$

양변을 정리하면 $6y = 36 \therefore y = 6 \therefore Q(0, 6)$

8. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{1}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

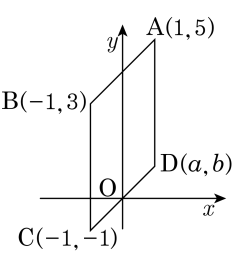
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 A(1, 5), B(-1, 3), C(-1, -1), D(a, b) 일 때, 상수 a , b 의 곱 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.
 $\therefore, \left(\frac{1 + (-1)}{2}, \frac{5 + (-1)}{2} \right) = \left(\frac{-1 + a}{2}, \frac{3 + b}{2} \right)$
 $\therefore a = 1, b = 1$
 $\therefore ab = 1$



10. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표가 A (1, 1), B (2, 4), C(6, 3)이고 선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점을 D라 하자. 삼각형 BCD의 무게중심의 좌표가 (x, y)일 때, $x - y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

두 점 A(1, 1), B(2, 4)이므로

점 D의 좌표를 (a, b)라 하면

$$a = \frac{2 \cdot 2 - 1 \cdot 1}{2 - 1} = 3, b = \frac{2 \cdot 4 - 1 \cdot 1}{2 - 1} = 7$$

따라서 D(3, 7)이므로

삼각형 BCD의 무게중심의 좌표 (x, y)는

$$x = \frac{2 + 6 + 3}{3} = \frac{11}{3}, y = \frac{4 + 3 + 7}{3} = \frac{14}{3}$$

$$\therefore x - y = \frac{11}{3} - \frac{14}{3} = -1$$

11. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

① (0, 0)

② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

12. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 이 성립함을 보이는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 말을 나열한 것으로 옳은 것은?

다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 한 변 BC 를 x 축, 변 BC 의 수직이등분선을 y 축으로 잡으면 M 은 원점이 된다.

이때, 세 점 A, B, C 의 좌표를 각각 $A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 으로 놓으면

㉠ $= \{(a+c)^2 + b^2\} + \{(a-c)^2 + b^2\}$
 $= 2(a^2 + b^2 + c^2) \dots \text{㉡}$
 ㉢ $= (a^2 + b^2) + (-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 \dots \text{㉣}$
 ㉤, ㉣으로부터
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$

- ① 2, $\overline{AB} + \overline{AC}$, $\overline{AM} + \overline{BM}$
 ② $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$, $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2$
 ③ 3, $\overline{AB} + \overline{AC}$, $\overline{AM} + \overline{BM}$
 ④ 3. $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$, $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2$
 ⑤ 4, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$

해설

파푸스의 정리에서

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \{(a+c)^2 + b^2\} + \{(a-c)^2 + b^2\}$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = (a^2 + b^2) + (-c)^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2$$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

13. 좌표평면 위의 세 점 $O(0,0)$, $A(3,1)$, $B(1,3)$ 에 대하여 선분 OA, AB, BO 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점을 차례로 P, Q, R 라 할 때, $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는?

- ① $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ ② $(1, -1)$ ③ $(1, 1)$
 ④ $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ ⑤ $\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

해설

$P(x_1, y_1)$ 이라 하면

$$x_1 = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 0}{2 + 1},$$

$$y_1 = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 0}{2 + 1}$$

$$\therefore P\left(2, \frac{2}{3}\right)$$

점 Q, R 도 마찬가지로 방법으로 계산하면

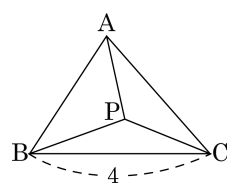
$$Q\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right), \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$

따라서 $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{2 + \frac{5}{3} + \frac{1}{3}}{3}, \frac{\frac{2}{3} + \frac{7}{3} + 1}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

14. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC의 임의의 내부의 한 점 P에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 최솟값은?

- ① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20



해설

다음 그림과 같이 직선 BC를 x 축,
 $\overline{BC}$ 의 중점을 원점 O,
직선 AO를 y 축으로 잡으면

$A(0, 2\sqrt{3}), B(-2, 0), C(2, 0)$

$P(x, y)$ 라 하면

$$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$$

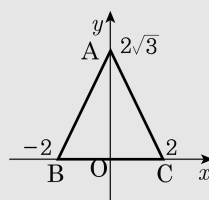
$$= x^2 + (y - 2\sqrt{3})^2 + (x + 2)^2 + y^2 + (x - 2)^2 + y^2$$

$$= 3x^2 + 3y^2 - 4\sqrt{3}y + 20$$

$$= 3x^2 + 3\left(y - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 16$$

따라서 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 은

$x = 0, y = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 일 때, 최솟값 16을 갖는다.



15. 두 점 A(1, 5), B(5, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?
- ① (4, 5) ② (3, 4) ③ (2, 3)
- ④ (1, 2) ⑤ (0, 1)

해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되기 위한
점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 P(3, 4)

해설

P(x, y)로 놓으면
$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{(x-1)^2 + (y-5)^2\} \\ &\quad + \{(x-5)^2 + (y-3)^2\} \\ &= 2x^2 - 12x + 2y^2 - 16y + 60 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) + 2(y^2 - 8y + 16) + 10 \\ &= 2(x-3)^2 + 2(y-4)^2 + 10\end{aligned}$$

따라서 $x = 3$, $y = 4$ 일 때 최솟값을 갖는다.

16. 세 점 A(1, 6), B(-2, 2), C(4, 1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC와 임의의 점 P(a, b)에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소일 때, a + b의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \\ &= \{(a-1)^2 + (b-6)^2\} + \{(a+2)^2 + (b-2)^2\} \\ &\quad + \{(a-4)^2 + (b-1)^2\} \\ &= 3a^2 - 6a + 3b^2 - 18b + 62 \\ &= 3(a^2 - 2a + 1) + 3(b^2 - 6b + 9) + 32 \\ &= 3(a-1)^2 + 3(b-3)^2 + 32 \end{aligned}$$

이때, a, b는 실수이므로
 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은
a = 1, b = 3일 때 최소이다.
 $\therefore a + b = 4$

17. 두 점 A(-1, 3), B(3, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 P, y 축 위의 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이를 구하면?

- ① 4 ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

P(a , 0)이라하면, $\overline{AP} = \overline{BP}$
 $(a + 1)^2 + 3^2 = (a - 3)^2 + 5^2, 8a = 24$
 $\therefore a = 3$
Q(0, b)이라 하면, $\overline{AQ} = \overline{BQ}$
 $1^2 + (b - 3)^2 = (-3)^2 + (b - 5)^2$
 $\therefore 4b = 24$
 $\therefore b = 6$ P(3, 0), Q(0, 6)
 $\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

18. 직선 $y = x + 2$ 위의 점 P는 두 점 A(-2, 0), B(4, -2)로부터 같은 거리에 있다고 할 때, 점 P의 좌표는?

① (-1, 1)

② (0, 2)

③ (1, 3)

④ (2, 4)

⑤ (3, 5)

해설

P가 $y = x + 2$ 위에 있으므로 P(a, a + 2)라고 놓을 수 있다.

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\sqrt{(a+2)^2 + (a+2)^2} = \sqrt{(a-4)^2 + (a+4)^2}$$

$$2(a+2)^2 = (a-4)^2 + (a+4)^2$$

$$8a = 24$$

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore P(3, 5)$$

19. $\triangle ABC$ 의 변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{BC} = 10$ 이면 $\overline{AM}$ 의 길이는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 이므로}$$

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

그리고 빗변인 $\overline{BC}$ 의 중점인 M 은 직각삼각형의 외심이다.

$$\therefore \overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5$$

20. 좌표평면 위에 두 점 $A(a, b)$, $B(-2, 2)$ 가 있다. 이 0때, $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(a+2)^2 + (b-2)^2}$ 의 최솟값은?

- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 3

해설

원점을 $O(0, 0)$ 이라 하면
 $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(a+2)^2 + (b-2)^2}$
 $= \overline{OA} + \overline{AB}$ 이므로
이 값이 최소가 되는 것은 세 점 O, A, B 가 일직선 위에 있을 때이다.
따라서 $\overline{OA} + \overline{AB}$ 의 최소값은
 $\overline{OB} = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$